

LE FORZE APPARENTI IN METEOROLOGIA

Gianni Comini

CISM - Dipartimento di Energia e Ambiente

Piazza Garibaldi 18 - 33100 Udine

gianni.comini@cism.it

9 marzo 2025

1 Un po' di storia

Nei primi decenni del 1800, a causa dell'aumento delle gittate dei cannoni ci si rese conto che i proiettili deviavano dai percorsi mirati in misura proporzionale alle gittate stesse, e la spiegazione di questo fenomeno divenne un argomento di grande interesse militare. Nello stesso periodo, ma in ambito civile, la Rivoluzione Industriale stimolò gli studi sul comportamento delle masse, ferme o in movimento, nei sistemi rotanti. Tali studi dimostrarono che nei sistemi rotanti le masse sono soggette a forze "apparenti": la forza centrifuga se le masse sono ferme, e la forza di Coriolis, in aggiunta alla forza centrifuga, se le masse sono in movimento.

(La forza di Coriolis è chiamata così in onore di Gustav Gaspard Coriolis [1792-1843] che per primo ne studiò l'azione sulle macchine rotanti).

La forza centrifuga e la forza di Coriolis si dicono "apparenti" perché sono percepite come forze soltanto dagli osservatori solidali ai sistemi rotanti, dal momento che gli osservatori solidali ai sistemi inerziali (cioè ai sistemi in moto rettilineo uniforme) vedono tutte le masse muoversi come stabilito dalla prima legge di Newton. Infatti, nei sistemi inerziali, soltanto l'intervento di forze esterne può contrastare la propensione delle masse a non accelerare e a non curvare.

Alla fine del 1800, con l'affermarsi della Meteorologia scientifica, fu naturale prendere in esame i comportamenti delle masse d'aria nell'atmosfera e delle masse d'acqua negli oceani, in quanto anche la Terra è un sistema rotante. A questo proposito è importante precisare subito che, nella spiegazione dei fenomeni fisici, la scelta del punto di vista (o se vogliamo del sistema di riferimento) è questione di convenienza o, magari, di abitudine, altrimenti non preferiremmo dire, ad esempio, che "il Sole sorge e tramonta".

In Meteorologia, i fenomeni sono descritti facendo riferimento al sistema rotante Terra poiché gli osservatori interessati alle previsioni del tempo sono abitanti della Terra e, quindi, la scelta di un sistema di riferimento solidale alla Terra è la scelta più logica.

In questo quadro non ci si deve meravigliare se gli abitanti della Terra abbiano ragionato in termini di forza centrifuga e forza di Coriolis ma, piuttosto, è opportuno esaminare

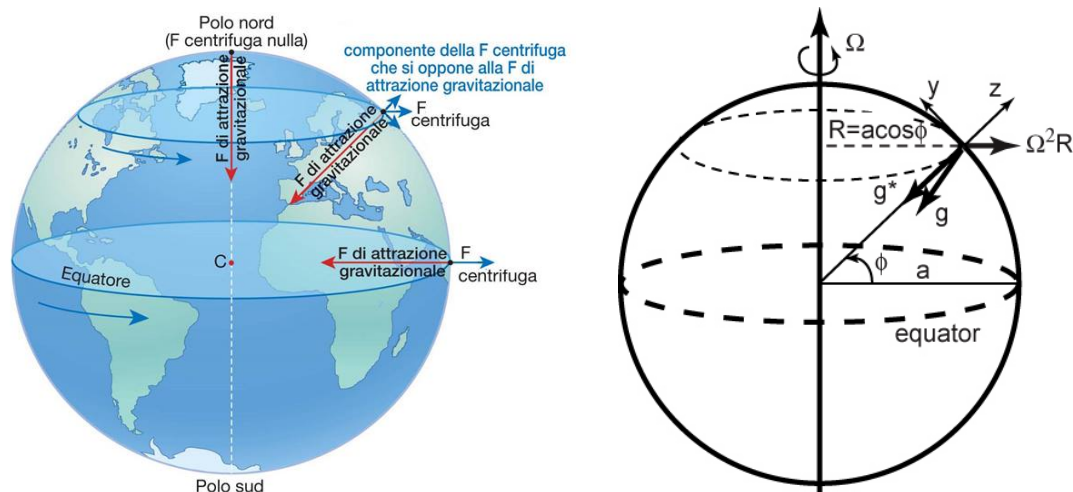


Figura 1: A sinistra: in ogni punto della Terra, tranne che ai poli, la componente verticale della forza centrifuga riduce la forza di attrazione Newtoniana [FED Channel]. A destra: schema di valutazione quantitativa della accelerazione gravitazionale apparente g come somma vettoriale di accelerazione gravitazionale newtoniana g^* e accelerazione centrifuga $a_{cen} = \Omega^2 R$ [University of Colorado Boulder].

come l'intervento di queste forze apparenti sia spiegato nei "post" meteorologici reperibili in rete.

Purtroppo, già un primo esame sommario rivela che, in molti post, le considerazioni qualitative sulle forze apparenti sono imprecise se non del tutto sbagliate. Pertanto, nel seguito si è pensato di aggiungere alle considerazioni qualitative (condivise da chi scrive), alcuni paragrafi a carattere quantitativo (segnati con asterisco in quanto non strettamente necessari alla comprensione del testo) che consentano, a chi lo desidera, di maturare un'opinione propria utilizzando guide concettuali affidabili basate sulla Fisica.

2 Forza centrifuga

Va subito precisato che, in Meteorologia, la forza centrifuga agente su ogni unità di massa d'aria o acqua presente sulla Terra non gioca un ruolo importante in quanto, come indicato nella Figura 1 a sinistra, il suo principale effetto è quello di ridurre l'attrazione gravitazionale di una quantità molto piccola. (Nella figura l'importanza della forza centrifuga è accentuata per motivi di rappresentazione grafica).

La forza centrifuga F_{cen} è ortogonale all'asse di rotazione terrestre ed è orientata verso l'esterno in accordo, ad esempio, con la sensazione che si prova su una piattaforma rotante, giostre incluse. Stando così le cose, la forza centrifuga può essere considerata somma di una componente verticale e una orizzontale in tutti i punto della superficie terrestre tranne che ai poli dove la forza centrifuga è nulla, e all'equatore dove è presente la sola componente verticale.

La componente verticale riduce lievemente la forza di attrazione gravitazionale F_{att} (che è diretta verso il centro della Terra) mentre, come schematizzato nella Figura 1 a destra, la componente orizzontale modifica di pochissimo la direzione della forza di gravità misurata.

L'effetto complessivo sul valore assoluto dell'accelerazione di gravità g (misurata in condizioni normali e, quindi, comprensiva della forza centrifuga) è inferiore allo 0,5% del valore assoluto dell'accelerazione di gravità di riferimento che, nel Sistema Internazionale di Unità di Misura, è assunta pari a $9,80665 \text{ m/s}^2$, ovvero pari all'accelerazione di gravità misurata al livello del mare alla latitudine di $45,5^\circ$. (Il valore assoluto dell'accelerazione di gravità varia da $9,823 \text{ m/s}^2$ circa ai poli, dove la forza centrifuga è nulla, a $9,789 \text{ m/s}^2$ circa all'equatore, dove la forza centrifuga è massima).

Per quanto riguarda invece la direzione dell'accelerazione di gravità misurata, l'effetto è curioso più che significativo in quanto si traduce nel fatto che il filo a piombo è perfettamente verticale solo ai poli e all'equatore.

2.1 Accelerazione centrifuga*

In Fisica si preferisce parlare di “accelerazioni apparenti” e si evita di tirare in ballo “forze apparenti” in quanto, come si è già osservato, queste ultime non sono altro che effetti inerziali legati alla propensione a non accelerare e a non curvare delle masse.

D'altra parte, le accelerazioni apparenti sono numericamente uguali alle corrispondenti forze apparenti che agiscono sulle unità di massa e, quindi, non ci sono difficoltà pratiche a ragionare in termini di accelerazioni piuttosto che di forze. In questo paragrafo, ad esempio, si può pensare all'accelerazione centrifuga apparente come alla forza centrifuga apparente che, nei sistemi rotanti, agisce su ogni unità di massa.

Ciò premesso, con riferimento alla Figura 1 a destra, si può affermare che il valore assoluto dell'accelerazione centrifuga è pari a:

$$|\mathbf{a}_{cen}| = \Omega^2 R = \Omega^2 a \cos \phi \quad (1)$$

dove $a \approx 6.378 \text{ km}$ è il raggio terrestre, $R = a \cos \phi$ è il raggio del parallelo sul quale si trova il punto e:

$$\Omega \equiv |\boldsymbol{\Omega}| \approx 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

è il valore assoluto della velocità angolare terrestre (che è molto basso in quanto la Terra compie un solo giro al giorno, ovvero un solo giro ogni 86.440 s).

Talvolta la (1) viene espressa in termini di velocità periferica terrestre $u = \Omega R$ in corrispondenza al raggio R , scrivendo:

$$|\mathbf{a}_{cen}| = \frac{u^2}{R} \quad (2)$$

ma, in questo modo si rinuncia a sottolineare il ruolo svolto dalla velocità angolare terrestre.

Dalla (1) si ricava subito che, in valore assoluto, l'accelerazione centrifuga è nulla ai poli, dove è nullo il raggio del parallelo, e massima all'equatore, dove si ha $\cos \phi = 1$ e:

$$|\mathbf{a}_{cen}| = (7,27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (6,378 \cdot 10^6)^2 \approx 0,0373 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

in quanto il raggio del parallelo coincide con il raggio terrestre.

Per contro, l'accelerazione di gravità newtoniana g^* è costante, è sempre diretta verso il centro della Terra e, in valore assoluto, è pari a:

$$g^* \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

Sommando vettorialmente, come nella Figura 1 a destra, l'accelerazione di gravità newtoniana g^* e l'accelerazione centrifuga a_{cen} si ottiene l'accelerazione di gravità g misurata che, come si è detto, è comprensiva della accelerazione centrifuga. A questo punto può essere utile ripetere che, a causa della accelerazione centrifuga, il filo a piombo, essendo perfettamente allineato a g , è perfettamente verticale solo ai poli e all'equatore.

3 Forza di Coriolis

Meno nota della forza apparente centrifuga è la forza apparente di Coriolis, anch'essa legata al fatto che noi osservatori terrestri percepiamo come forze quelli che sono effetti inerziali legati alla rotazione della Terra. La forza di Coriolis e le relative deviazioni si manifestano ad ogni spostamento di una massa, in qualunque direzione, nel sistema rotante Terra ma, per semplificare la trattazione, esamineremo separatamente i possibili spostamenti nelle tre direzioni principali:

- lungo i meridiani (nord/sud)
- lungo i paralleli (est/ovest) e
- in verticale.

Durante gli **spostamenti lungo i meridiani** dalle vicinanze dell'equatore verso i poli, gli osservatori terrestri vedono le masse deviare verso est mentre, durante gli spostamenti dalle vicinanze dei poli verso l'equatore vedono le masse deviare verso ovest.

Invece, in entrambi gli emisferi, durante gli **spostamenti lungo i paralleli** da est a ovest gli osservatori terrestri vedono le masse deviare verso l'equatore mentre, durante gli spostamenti da ovest a est vedono le masse deviare verso i rispettivi poli.

Pertanto, con un po' di pazienza è facile verificare che, durante tutti gli spostamenti orizzontali le masse vengono sempre deviate rispetto alla direzione di partenza: verso destra nell'emisfero settentrionale e verso sinistra nell'emisfero meridionale.

Gli osservatori terrestri attribuiscono queste deviazioni alla forza di Coriolis mentre la ragione vera, come si vedrà meglio nel seguito, è che durante gli spostamenti lungo i meridiani le masse tendono a conservare la velocità periferica della Terra nel punto di partenza mentre, durante gli spostamenti lungo i paralleli, le masse tendono a spostarsi verso la latitudine propria della nuova velocità periferica (somma algebrica della velocità periferica di partenza e della velocità di spostamento).

Per quanto riguarda invece gli **spostamenti lungo la verticale** va subito detto che, in Meteorologia, essi hanno scarsa rilevanza per una serie di motivi i più importanti dei quali, sono lo spessore ridotto della troposfera (ovvero dello strato di atmosfera sede dei fenomeni meteorologici) e dell'Oceano, che sono dell'ordine di una decina di chilometri e, quindi, molto inferiori al raggio terrestre che misura oltre 6.000 chilometri.

Spessori così (relativamente) ridotti ostacolano lo sviluppo dei movimenti verticali rispetto a quelli orizzontali e, infatti, sia nell'atmosfera sia nell'Oceano le componenti verticali delle velocità sono dell'ordine dei centimetri al secondo, cioè molto inferiori alle componenti orizzontali che sono dell'ordine dei metri al secondo.

Infine, come nel caso della forza centrifuga, è facile verificare che anche le componenti verticali della accelerazione di Coriolis sono trascurabili rispetto alla componente verticale dell'accelerazione di gravità.

Tuttavia, non va dimenticato che gli spostamenti lungo la verticale hanno anche una considerevole importanza storica in quanto, ad esempio, le deviazioni dalla verticale durante la caduta dei gravi sono state oggetto di ricerca e accese discussioni sin dalla metà del 1600 (ovvero non appena fu universalmente accertato che la Terra girasse su stessa compiendo una rotazione ogni 24 ore). Pertanto, sia per completezza sia per interesse storico, nel seguito si dedicherà qualche cenno anche al problema della caduta dei gravi, nonostante l'argomento interessi solo marginalmente la Meteorologia.

(La prima ricerca documentata sulla caduta dei gravi risale al 1668 quando Giovanni Borelli, un membro dell'Accademia del Cimento di Firenze, si pose per la prima volta il problema di cosa il "principio di inerzia" implicasse per gli oggetti fatti cadere da una torre).

3.1 Spostamenti lungo i meridiani

Come schematizzato nella Figura 2 a sinistra, le masse che si spostano dalle vicinanze dell'equatore verso il polo nord nell'emisfero settentrionale vanno in regioni dove la velocità periferica terrestre diminuisce progressivamente e, per questo motivo, vengono viste deviare verso est dagli osservatori solidali alla Terra. Viceversa, le masse che si spostano dalle vicinanze del polo nord verso l'equatore vanno in regioni dove la velocità periferica terrestre aumenta progressivamente e, per questo motivo, vengono viste deviare verso ovest dagli osservatori solidali alla Terra.

Analogamente, nell'emisfero meridionale gli osservatori solidali alla Terra vedono deviare verso est le masse che si spostano dalle vicinanze dell'equatore verso il polo sud, e deviare verso ovest le masse che si spostano dalle vicinanze del polo sud verso l'equatore. L'unica differenza tra i due emisferi è che, rispetto alla velocità di spostamento delle masse, le deviazioni sono verso destra nell'emisfero settentrionale, mentre sono verso sinistra nell'emisfero meridionale.

Al solito, gli osservatori solidali al sistema rotante Terra attribuiscono queste deviazioni alla Forza di Coriolis mentre gli osservatori solidali ai sistemi inerziali vedono le masse in movimento "andare dritte" come prescritto dalla prima legge di Newton (in situazioni come questa nella quale non intervengono forze esterne), e la Terra ruotare sotto di esse.

Le implicazioni meteorologiche della forza di Coriolis sono numerosissime ma, forse, le più importanti sul piano concettuale sono le deviazioni dei venti in superficie che si verificano nel "modello a tre celle" (semplificato) della circolazione atmosferica globale. In tale modello, l'ipotesi fondante è che la superficie terrestre sia uniforme, ovvero costituita interamente da suolo o da acqua, in modo da non avere differenze di temperatura

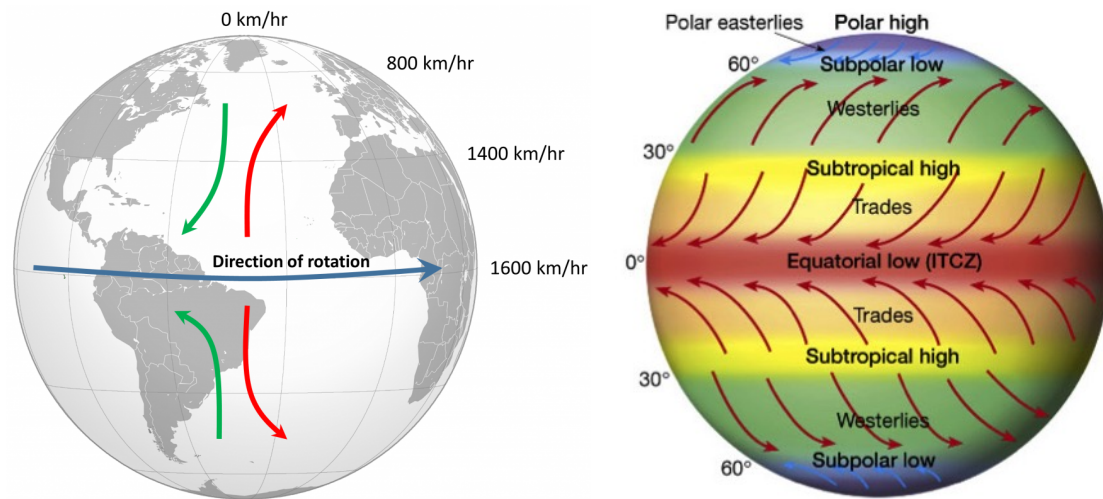


Figura 2: A sinistra: in entrambi gli emisferi le masse che si spostano dalle vicinanze dell'equatore verso i poli (freccie rosse) vanno in regioni caratterizzate da velocità periferiche minori e appaiono deviate verso est, mentre le masse che si spostano dalle vicinanze dei poli verso l'equatore (freccie verdi) vanno in regioni caratterizzate da velocità periferiche maggiori e appaiono deviate verso ovest. L'unica differenza è che, rispetto alla direzione di spostamento, le deviazioni sono verso destra nell'emisfero settentrionale e verso sinistra nell'emisfero meridionale [Webb]. A destra: modello a tre celle semplificato della circolazione atmosferica globale con i venti risultanti nell'ipotesi di superficie terrestre uniforme, ovvero costituita interamente da suolo o da acqua, in modo da non avere differenze di temperatura alla stessa latitudine ma solo diminuzioni di temperatura lungo i meridiani dall'equatore ai poli [Lutgens].

alla stessa latitudine ma solo diminuzioni di temperatura lungo i meridiani dall'equatore ai poli.

In tal caso, come schematizzato nella Figura 2 a destra, si incontrano, in ordine crescente di latitudine: la cella di Hadley ($0^\circ - 30^\circ$) che va dalla fascia di bassa pressione equatoriale alla fascia di alta pressione subtropicale, la cella di Ferrel ($30^\circ - 60^\circ$) che arriva alla fascia di bassa pressione subpolare, e la cella polare ($60^\circ - 90^\circ$) che arriva alla zona di alta pressione nelle vicinanze del polo. L'andamento dei venti di superficie è quello rappresentato in figura, essendo influenzato solo dalla forza di Coriolis e dal posizionamento delle fasce di alta e bassa pressione.

3.2 Spostamenti lungo i paralleli

Anche gli spostamenti lungo i paralleli sono associati a deviazioni che gli osservatori terrestri attribuiscono alla forza di Coriolis. Un esempio molto noto sono le deviazioni subite, in assenza di correzioni di rotta, dagli aerei che volano verso destinazioni poste sugli stessi paralleli dei punti di partenza.

Per concretizzare, facendo riferimento alla Figura 3 a sinistra si immaginino tre aerei che, nell'emisfero settentrionale, volano in linea retta verso est alla stessa velocità e alla stessa quota ma partendo da tre latitudini diverse. Senza correzioni di rotta comandate dai piloti, le deviazioni causate dalla forza di Coriolis sarebbero nulle all'equatore ma crescerebbero con la latitudine, portando gli aerei fuori destinazione di quantità proporzionali

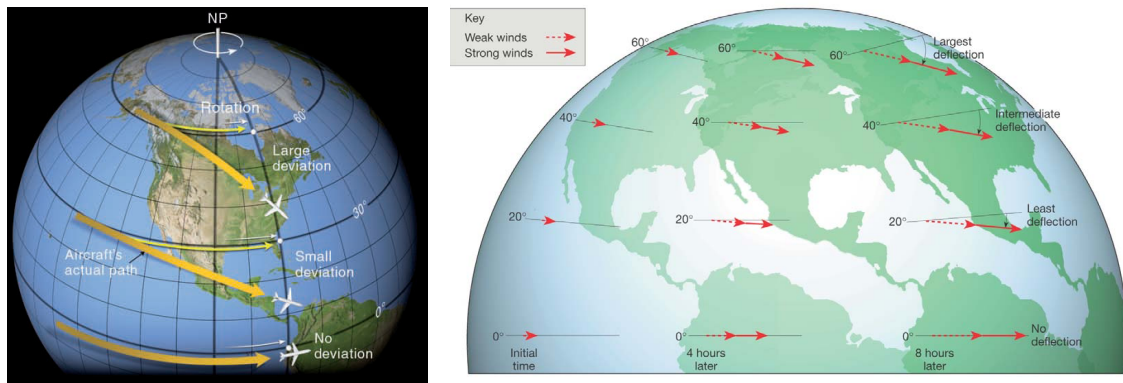


Figura 3: A sinistra: tranne che all'equatore, aerei diretti verso est senza correzioni di rotta vengono deviati verso sud e le deflessioni angolari crescono con la latitudine portando gli aerei fuori destinazione di quantità proporzionali alla velocità e alla durata dei viaggi [Ahrens]. A destra: deviazioni analoghe subite dai venti occidentali a latitudini diverse [Lutgens].

alle loro velocità e alle durate dei viaggi (poiché con la velocità e la durata dei viaggi cresce la lunghezza degli spostamenti).

Nell'emisfero settentrionale, deviazioni analoghe si hanno anche con i venti occidentali che soffiano verso est a latitudini diverse, come nel caso schematizzato nella Figura 3 a destra. Dopo alcune ore, le deviazioni dei venti causate dalla forza di Coriolis restano nulle all'equatore ma crescono con la latitudine, la velocità e la durata degli spostamenti.

Le deviazioni sono dovute al fatto che le velocità delle masse si sommano algebricamente alle velocità periferiche terrestri acquisite nei rispettivi punti di partenza. Nel caso di spostamenti verso est le velocità delle masse si sommano alle velocità periferiche e, quindi, aggiungono alla forza centrifuga preesistente una quantità positiva $|\Delta F_{cen}|$. Allora, per raggiungere un nuovo equilibrio le masse sono costrette a deviare verso latitudini nelle quali le velocità periferiche terrestri e le (corrispondenti) forze centrifughe sono più elevate, ovvero verso l'equatore.

Per contro, nel caso di spostamenti verso ovest le velocità delle masse si sottraggono alle velocità periferiche terrestri acquisite nei punti di partenza e, quindi, riducono la forza centrifuga preesistente aggiungendo una quantità negativa $-|\Delta F_{cen}|$. Allora, per raggiungere un nuovo equilibrio le masse sono costrette a deviare verso latitudini dove le velocità periferiche terrestri e le (corrispondenti) forze centrifughe sono più basse, ovvero verso i poli.

Si noti che, in entrambi i casi, le deviazioni sono verso destra rispetto alla velocità delle masse nell'emisfero settentrionale, mentre (si può facilmente verificare), sono verso sinistra rispetto alla velocità delle masse nell'emisfero meridionale.

A questo punto resta da giustificare solo l'entità delle **deviazioni angolari** e, a tal fine, è opportuno esaminare attentamente la Figura 1. Come si è osservato, nel caso di spostamenti verso est in entrambi gli emisferi, la velocità delle masse si somma alla velocità periferica terrestre e la forza centrifuga aumenta di una quantità $|\Delta F_{cen}|$ che presenta una componente verticale e una orizzontale orientate verso l'esterno. Dalla Figura 1 si deduce che la componente orizzontale prevale sulla verticale alle latitudini elevate, per poi dimi-

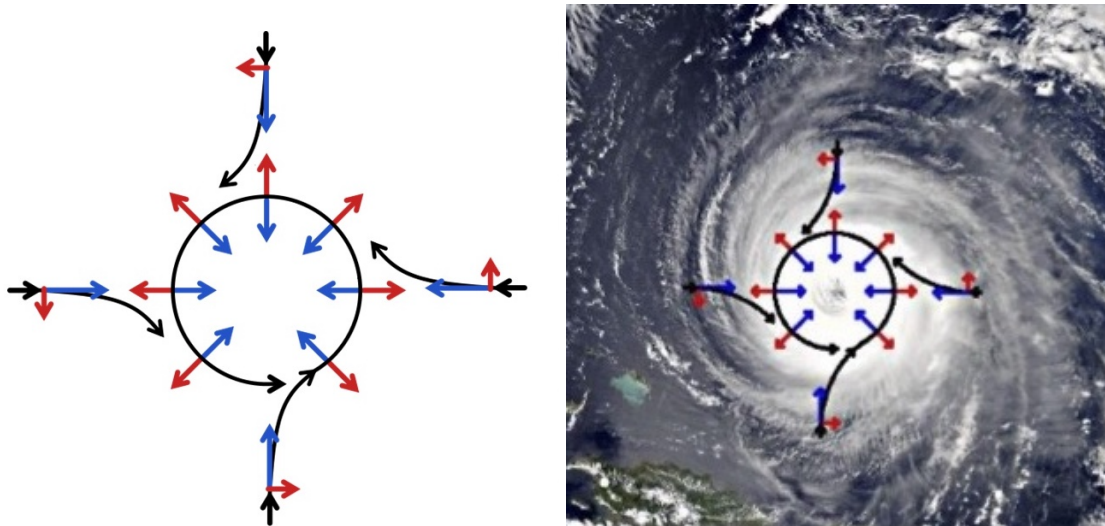


Figura 4: A sinistra: schema delle forze agenti nell'intorno di un vortice dove il gradiente di pressione è rappresentato dalle frecce blu, la forza di Coriolis, sempre perpendicolare alla velocità, è rappresentata dalle frecce rosse e il vento risultante è in nero [Wikipedia]. A destra: uragano Isabel fotografato dal satellite il 14 settembre 2014 [Wikipedia].

nuire con la latitudine rispetto alla componente verticale fino annullarsi all'equatore (dove la forza centrifuga è perfettamente verticale).

Sempre dalla Figura 1 si vede che le componenti verticali sono sostanzialmente annullate dall'attrazione gravitazionale, e le sole ad agire sulle masse sono le componenti orizzontali dirette verso l'equatore. Queste ultime, come si è detto, decrescono con la latitudine e, quindi, nella Figura 3, inducono deflessioni angolari rivolte all'equatore che decrescono dai poli all'equatore.

Invece, nel caso di spostamenti verso ovest in entrambi gli emisferi (non considerate nelle Figure 3), le velocità delle masse si sottraggono alle velocità periferiche e fanno diminuire la forza centrifuga di quantità $-|\Delta F_{cen}|$ che presentano componenti verticali e orizzontali orientate verso l'interno. Le componenti verticali riescono solo a far crescere leggermente l'attrazione gravitazionale, mentre le componenti orizzontali sono dirette verso i poli. Queste ultime aumentano con la latitudine, e inducono deflessioni angolari rivolte verso i poli che aumentano dall'equatore alle latitudini elevate.

3.3 Formazione dei vortici e flusso geostrofico

Qualunque movimento dell'aria ha componenti lungo i meridiani e i paralleli e, quindi, subisce deviazioni verso destra nell'emisfero settentrionale e verso sinistra nell'emisfero meridionale ad opera della forza di Coriolis. Per fissare le idee, consideriamo quello che succede nell'emisfero settentrionale quando nell'atmosfera si forma una zona di bassa pressione. L'aria tende a dirigersi verso tale zona seguendo il gradiente di pressione, ma la forza di Coriolis tende a deviarla verso destra costringendola a muoversi lungo un

percorso che diventa circolare una volta raggiunto l'equilibrio tra forza di pressione e forza di Coriolis.

Il flusso risultante dall'equilibrio tra forza di pressione e forza di Coriolis viene definito "geostrofico", e come schematizzato nella Figura 4 a sinistra, nell'emisfero settentrionale innesca una rotazione antioraria di tipo ciclonico, così chiamata per l'evidente affinità, sottolineata nella Figura 4 a destra, con l'andamento dei venti nei cicloni.

Nell'emisfero meridionale l'aria tende sempre a dirigersi verso l'area di bassa pressione, ma la forza di Coriolis la devia verso sinistra innescando ancora una rotazione ciclonica che, però, questa volta è in senso orario. Di qui la "leggenda metropolitana", o "fake news" che dir si voglia, dei vortici che si innescano nello scarico dei lavandini, secondo la quale tali vortici ruoterebbero in senso antiorario nell'emisfero settentrionale e orario nell'emisfero meridionale. In realtà, per osservare gli effetti della forza di Coriolis bisognerebbe avere dei lavandini con le dimensioni di un lago abbastanza grande, in quanto le deviazioni indotte per unità di lunghezza di percorso sono molto piccole in termini di deflessioni angolari.

Pertanto, il senso di rotazione dei vortici in lavandini e vasche da bagno è del tutto casuale, a meno che (come si sospetta ma, forse, è un'altra "fake news") i costruttori di sanitari non progettino le pendenze sul fondo dei loro "apparecchi" in modo da favorire le rotazioni attese e, con esse, il turismo.

Una conseguenza più seria delle deviazioni dei venti verso destra nell'emisfero settentrionale e verso sinistra nell'emisfero meridionale è invece ben visibile nella Figura 2 a destra. Infatti, subito dopo la partenza i venti lungo i meridiani iniziano ad essere deviati e, in questo modo, acquisiscono componenti di moto lungo i paralleli. Queste componenti, a loro volta, contribuiscono ad accentuare le deviazioni angolari, fino a realizzare dei flussi quasi geostrofici nei punti di arrivo.

3.4 Spostamenti lungo la verticale

A partire dalla seconda metà del 1700, vi fu un fiorire di attività sperimentali volte a dimostrare che la Terra girava su sé stessa. Erano trascorsi oltre 200 anni da quando Nicolò Copernico (1473-1543), poco prima di morire, aveva dato alle stampe il trattato "De revolutionibus orbium coelestium" ovvero "Sulle rivoluzioni delle sfere celesti".

Oltre due secoli, potevano essere considerati un intervallo di tempo sufficientemente lungo anche per la curia romana, al punto che un abate e matematico bolognese Giovanni Battista Guglielmini (1760-1817) si sentì autorizzato ad effettuare una serie di esperimenti sulla caduta dei gravi volta a dimostrare la rotazione terrestre.

Gli esperimenti furono compiuti a Bologna nel 1789 dove, come schematizzato nella Figura 5, Guglielmini fece cadere dalla Torre degli Asinelli, alta 97 metri, delle palle di piombo. Così ebbe modo di osservare che il punto di caduta delle palle era spostato di circa 16 mm rispetto alla verticale visualizzata mediante un filo a piombo.

Il fatto poteva essere spiegato soltanto ammettendo che la Terra ruotasse da Ovest verso Est di modo che un punto che si trovasse più in alto, come la cima della torre, si muoveva più velocemente dei punti che stavano al suolo. Pertanto la palla di piombo che partiva dalla cima per iniziare la sua caduta, aveva una velocità periferica maggiore

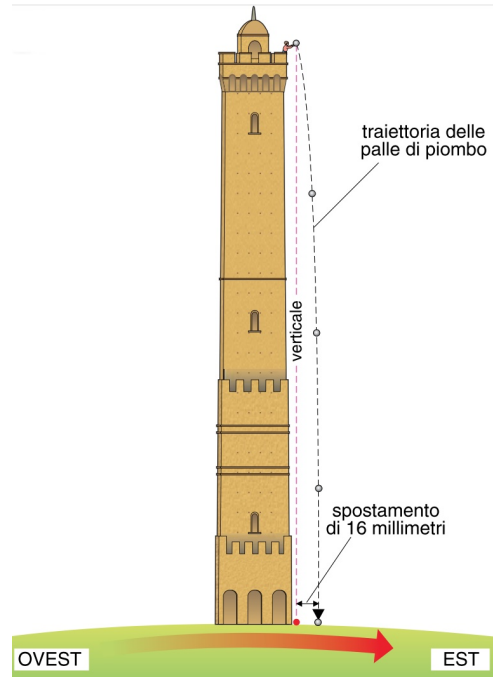


Figura 5: A sinistra: Torri della Garisenda (più bassa), e degli Asinelli (più alta) a Bologna ([Public Domain]). A destra: schematizzazione dell'esperimento di Guglielmini nel 1789 [Istituto Italiano Edizioni Atlas].

rispetto al punto dove la verticale incontrava il suolo, e ciò spiegava perché il punto di caduta era spostato nella direzione del moto, cioè da Ovest verso Est.

Guglielmini pubblicò i suoi risultati nel 1792, nell'opuscolo “De diurno Terrae motu experimentis physico-mathematicis confirmato opusculum” ovvero “Opuscolo di conferma del moto giornaliero della Terra per mezzo di esperimenti fisico-matematici”.

Quello di Guglielmini non era il primo esperimento che dimostrava la rotazione terrestre ma, probabilmente, era il più convincente per l'epoca. Infatti quando il canonico e astronomo Giuseppe Settele (1770-1841) osò chiedere alla curia romana, nel 1820, di togliere il bando sul Copernicanesimo presentò come evidenza principale proprio l'opuscolo del Guglielmini. Dopo un dibattito tempestoso la Chiesa accolse la domanda del Settele e, nel 1822, tolse il bando per tutti i Cattolici.

4 Accelerazioni apparenti*

Le leggi del moto possono essere scritte in due modi formalmente diversi facendo riferimento a un sistema inerziale o, in alternativa, a un sistema rotante locale. Nel caso della Meteorologia è opportuno riferire le equazioni a un sistema rotante solidale alla Terra se non altro perché, come si è già ripetutamente osservato, le previsioni del tempo interessano i “terrestri”.

Gli sviluppi algebrici necessari al passaggio dal sistema di coordinate inerziale al sistema di coordinate rotante solidale alla Terra, fanno comparire nell'espressione delle

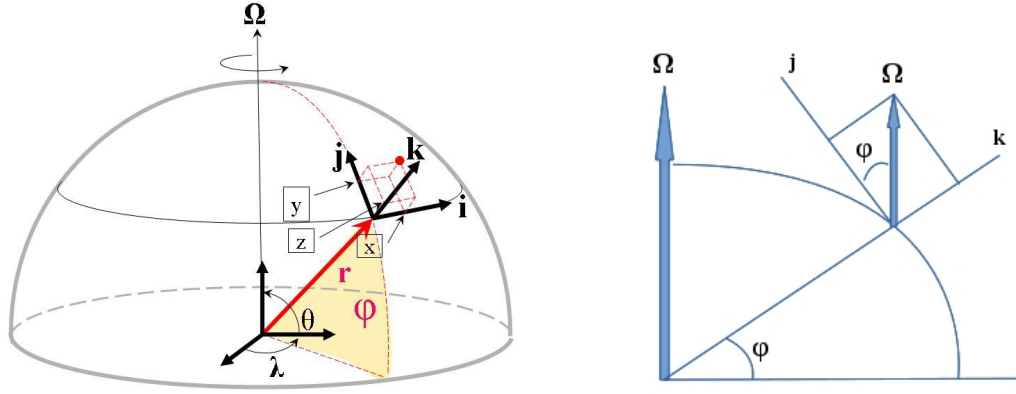


Figura 6: A sinistra: sistema di coordinate cartesiane locali, con vettori $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, utilizzato per il calcolo delle componenti delle accelerazioni apparenti [Persson]. A destra: sezione meridiana della Terra e calcolo delle componenti locali del vettore velocità angolare Ω [Centro Meteo].

accelerazioni due accelerazioni “apparenti”: quella centrifuga \mathbf{a}_{cen} , già presa in esame nel Paragrafo 2.1, e quella di Coriolis \mathbf{a}_{cor} , considerata nel seguito di questo paragrafo.

Con riferimento alla Figura 6 a sinistra, omettendo per semplicità gli sviluppi algebrici, si può passare subito all’esame del risultato finale scrivendo la relazione che intercorre tra l’accelerazione nel sistema rotante $\mathbf{a}_{\mathbf{R}}$ e l’accelerazione nel sistema inerziale $\mathbf{a}_{\mathbf{I}}$:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{R}} = \mathbf{a}_{\mathbf{I}} - \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}) - 2\Omega \times \mathbf{v}_{\mathbf{R}} \quad (4)$$

In tale relazione, Ω è il vettore velocità angolare, \mathbf{r} è il vettore posizione e $\mathbf{v}_{\mathbf{R}}$ è il vettore della velocità misurata nel sistema rotante.

Il significato fisico della (4) è che per calcolare l’accelerazione nel sistema rotante $\mathbf{a}_{\mathbf{R}}$ bisogna sommare algebricamente all’accelerazione $\mathbf{a}_{\mathbf{I}}$, determinata in base alle leggi di Navier-Stokes (espressione della legge di Newton nel moto dei fluidi), due accelerazioni apparenti: quella centrifuga $\mathbf{a}_{\text{cen}} = -\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r})$ e quella di Coriolis $\mathbf{a}_{\text{cor}} = -2\Omega \times \mathbf{v}_{\mathbf{R}}$.

4.1 Espressione alternativa dell’accelerazione centrifuga*

Al secondo membro della (4) è immediato identificare il secondo termine con l’accelerazione centrifuga \mathbf{a}_{cen} , calcolata nel Paragrafo 2.1. Infatti, se \mathbf{R}_{\perp} è la distanza del punto dall’asse di rotazione, allora si ha:

$$\Omega \times \mathbf{r} = \Omega \times \mathbf{R}_{\perp}$$

Utilizzando l’identità vettoriale:

$$\Omega \times (\Omega \times \mathbf{R}_{\perp}) = (\Omega \cdot \mathbf{R}_{\perp})\Omega - (\Omega \cdot \Omega)\mathbf{R}_{\perp} = 0 - \Omega^2 \mathbf{R}_{\perp}$$

dove il simbolo $[\cdot]$ indica il prodotto scalare di due vettori, si ottiene:

$$\mathbf{a}_{\text{cen}} = -\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}) = \Omega^2 \mathbf{R}_{\perp} \quad (5)$$

che è l'espressione cercata in quanto già ricavata nel Paragrafo 2.1.

In realtà, la (5) è più precisa dal punto di vista matematico in quanto \mathbf{R}_\perp è il vettore orientato verso l'esterno che esprime in valore assoluto, direzione e verso la distanza perpendicolare del punto dall'asse terrestre (e non, semplicemente, il raggio del parallelo su cui si trova il punto).

A conclusione del paragrafo si noti che, in base alla (5), l'accelerazione centrifuga non dipende da v_R , ma solo da \mathbf{R}_\perp e da Ω^2 in quanto agisce anche sulle masse ferme rispetto al sistema rotante.

4.2 Accelerazione di Coriolis*

Il terzo termine al secondo membro della (4) esprime matematicamente l'accelerazione di Coriolis:

$$\mathbf{a}_{\text{cor}} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \quad (6)$$

che, a questo punto, si può scrivere con notazione alleggerita eliminando il pedice R della velocità in quanto non sussistono dubbi sul fatto che la velocità vada misurata nel sistema rotante.

In base alla (6), l'accelerazione di Coriolis dipende dal prodotto vettoriale $[\times]$ della velocità angolare del sistema rotante $\boldsymbol{\Omega}$ per la velocità \mathbf{v} delle masse in movimento e, di conseguenza, agisce solo sulle masse in movimento rispetto al sistema rotante, a differenza della accelerazione centrifuga che agisce anche sulle masse ferme.

Inoltre, in armonia con il significato fisico del prodotto vettoriale, illustrato nel Paragrafo 4.3, si può affermare che l'accelerazione di Coriolis tende a spostare verso destra, rispetto alla velocità \mathbf{v} , le masse in movimento nell'emisfero nord dove la rotazione terrestre $\boldsymbol{\Omega}$ è antioraria (vista dall'alto sopra il Polo Nord). Per contro, l'accelerazione di Coriolis tende a spostare verso sinistra, rispetto alla velocità \mathbf{v} , le masse in movimento nell'emisfero sud dove la rotazione terrestre $\boldsymbol{\Omega}$ è oraria (vista dall'alto sopra il Polo Sud).

Infine si può osservare che, nella valutazione del prodotto vettoriale (6), conviene utilizzare un sistema di coordinate locali come quello definito nella Figura 7 a sinistra poiché, come si è detto più volte, qui interessa il punto di vista degli osservatori solidali alla Terra. In tale sistema, la velocità \mathbf{v} ha tre componenti (tradizionalmente indicate con u , v e w), per cui si può scrivere:

$$\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k} \quad (7)$$

In coordinate locali, invece, il vettore velocità angolare $\boldsymbol{\Omega}$ ha due sole componenti, facilmente esprimibili facendo riferimento alla sezione meridiana evidenziata nella Figura 7 a destra. In questo modo si ottiene la relazione:

$$\boldsymbol{\Omega} = \Omega_y\mathbf{j} + \Omega_z\mathbf{k} = \Omega \cos \varphi\mathbf{j} + \Omega \sin \varphi\mathbf{k} \quad (8)$$

nella quale, per alleggerire le notazioni, si è posto ancora $\Omega \equiv |\boldsymbol{\Omega}|$.

Come si vedrà meglio nel Paragrafo 4.3, il prodotto vettoriale (6) può essere espresso anche sotto forma di determinante della matrice costituita da una prima riga contenente i versori degli assi delle coordinate locali, una seconda riga contenente le componenti del

vettore velocità angolare ed una terza riga contenente le componenti del vettore velocità lineare:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_c &= -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} = - \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 2\Omega \cos \varphi & 2\Omega \sin \varphi \\ u & v & w \end{bmatrix} \\ &= -(2\Omega w \cos \varphi - 2\Omega v \sin \varphi)\mathbf{i} - 2\Omega u \sin \varphi \mathbf{j} + 2\Omega u \cos \varphi \mathbf{k} \end{aligned} \quad (9)$$

La relazione (9) è l'espressione più generale dell'accelerazione di Coriolis, valida in tutte le circostanze e per tutte le deviazioni subite dalle masse in movimento in qualsivoglia sistema rotante. Nelle applicazioni meteorologiche, tuttavia, è prassi comune semplificare la (9) per meglio adattarla al calcolo delle deviazioni subite dalle masse d'aria in movimento nell'atmosfera e/o dalle masse d'acqua in movimento negli oceani.

4.2.1 Approssimazioni “meteorologiche”

Come si è anticipato, nello studio degli effetti dell'accelerazione di Coriolis in Meteorologia, è conveniente introdurre due approssimazioni. La prima, consiste nel trascurare la componente verticale della velocità w , che è dell'ordine dei centimetri al secondo, rispetto alle componenti orizzontali u e v che sono dell'ordine dei metri al secondo. La seconda, già implicita in molte considerazioni precedenti, consiste nel trascurare la componente verticale della accelerazione di Coriolis in quanto soverchiata dalla componente verticale dell'accelerazione di gravità.

A tal fine, tenendo conto delle due approssimazioni:

$$w \approx 0 \quad 2\Omega u \cos \varphi \ll g \quad (10)$$

e, quindi, trascurando nella (9) i termini $2\Omega w \cos \varphi$ e $2\Omega u \cos \varphi \mathbf{k}$, si ottiene l'espressione semplificata della accelerazione di Coriolis alla quale si fa riferimento in Meteorologia:

$$\mathbf{a}_c \approx 2\Omega v \sin \varphi \mathbf{i} - 2\Omega u \sin \varphi \mathbf{j} = 2fv\mathbf{i} - 2fu\mathbf{j} \quad (11)$$

In tale espressione:

$$f = 2\Omega \sin \varphi \quad (12)$$

è il parametro di Coriolis che compare in gran parte dei modelli dinamici dei sistemi atmosferici e oceanici.

4.2.2 Caduta dei gravi

Evidentemente le approssimazioni meteorologiche non si possono applicare all'analisi della caduta dei gravi da una torre, riportata nel Paragrafo 3.4 poiché, in quel caso, la componente verticale della velocità w non è certamente trascurabile. Posto comunque $u = v = 0$ nella relazione (9) si ottiene:

$$\mathbf{a}_c = -2\Omega w \cos \varphi \mathbf{i} \quad (13)$$

che, nell'emisfero settentrionale, sta ad indicare una deviazione verso ovest che cresce con la velocità di caduta, ovvero con la altezza della torre, mentre decresce con la latitudine.

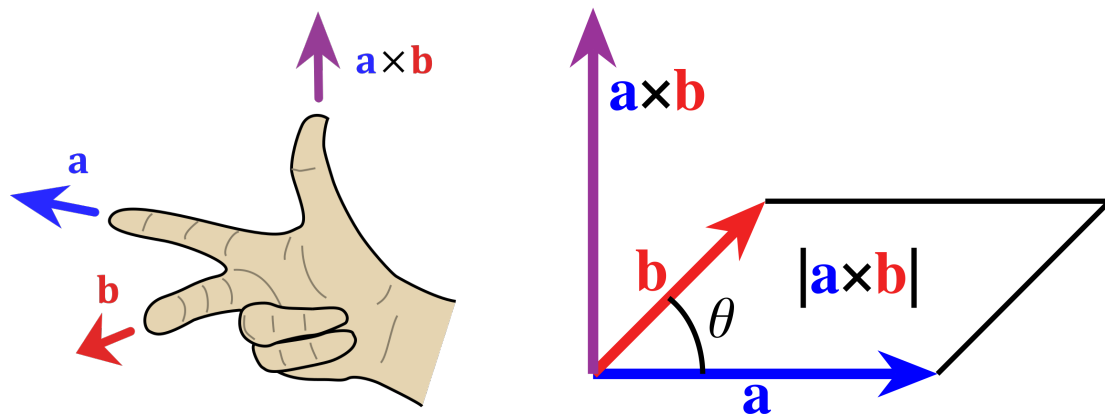


Figura 7: A sinistra: la relazione spaziale tra i vettori \mathbf{a} , \mathbf{b} e il prodotto vettoriale $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ è data dalla regola della mano destra. A destra: l'area del parallelogramma individuato dai vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} è proporzionale al valore assoluto del loro prodotto vettoriale [Wikipedia].

4.3 Richiami di algebra dei vettori*

Il prodotto vettoriale di due vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} è definito come:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta \quad (14)$$

La relazione spaziale tra i vettori \mathbf{a} , \mathbf{b} e il loro prodotto vettoriale $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ è data dalla regola della mano destra richiamata nella Figura 7 a sinistra, mentre il valore assoluto del prodotto vettoriale è proporzionale all'area del parallelogrammo che i vettori stessi individuano, come mostrato nella Figura 7 a destra.

Dalla definizione (14) derivano immediatamente le regole:

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \mathbf{0} \quad (15)$$

e

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \quad (16)$$

che governano i prodotti tra i versori degli assi cartesiani.

I vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} si possono scrivere come somme delle loro componenti lungo gli assi cartesiani:

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k} \quad (17)$$

Poiché vale la proprietà distributiva, il prodotto vettoriale $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ può essere facilmente sviluppato e, applicando le regole (15) e (16), dopo alcuni passaggi algebrici, può essere scritto nella forma:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{k} \quad (18)$$

Alternativamente, in modo più facile da ricordare, il risultato finale può essere ottenuto calcolando il determinante della matrice simbolica formata da una prima riga contenente

i versori degli assi cartesiani, una seconda riga contenente le componenti del vettore \mathbf{a} ed una terza riga contenente le componenti del vettore \mathbf{b} :

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)\mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\mathbf{k} \quad (19)$$

In questo modo si verifica anche la validità del metodo di calcolo dell'accelerazione di Coriolis suggerito nella (9).

Bibliografia

C.D. Ahrens e R. Henson, *Meteorology Today - An Introduction to Weather, Climate and the Environment - 13^a Edizione*, Cengage, Boston, Ma., 2022.

AA. VV., *Atlante del Clima e della Meteorologia*, Servizio Meteorologico dell'Aeronautica Militare, Libreria Geografica, 2022.

G. Comini e M. Libralato, *Il Cambiamento Climatico - Il Punto di Vista Fisico-Tecnico, Nuova Edizione*, libreriauniversitaria.it edizioni, Padova, 2022.

G. Comini, *Cicloni*, CISM - Area download, Udine, 2025.

T. Gerkema e L. Gostiaux, *A brief history of the Coriolis force*, EPN 43/2, 13-17, 2022.

A. Giuffrida, e G. Sansosti, *Manuale di Meteorologia*, Gremese, Roma, 2016.

J.B. Halverson, *An Introduction to Severe Storms and Hazardous Weather*, Routledge - Taylor & Francis Group, New York, 2024.

Istituto Italiano Edizioni Atlas, *Le prove della rotazione terrestre*, Visto il 7 marzo 2025.

F.K. Lutgens, E.J. Tarbuck e R.L. Herman, *The Atmosphere - An Introduction to Meteorology, Dodicesima Edizione*, Pearson, New York, 2013.

J. Marshall e R.A. Plumb, *Atmosphere, Ocean and Climate Dynamics. An Introductory Text*, Elsevier Academic Press, Amsterdam, 2008.

MétéOBell, *La Force Coriolis*, Glossaire - Lettre C, meteobell.com, visto il 7 marzo 2025.

Météo Expert, *Manuale di Meteorologia*, Alpha Test, Milano, 2019.

A.O. Persson, *The Coriolis Effect: Four centuries of conflict between common sense and mathematics, Part I: A history to 1885*, History of Meteorology, 2005.

A.O. Persson, *Proving that the Earth rotates by measuring the deflection of objects dropped in a deep mine. The French-German mathematical contest between Pierre Simon de Laplace and Friedrich Gauss 1803*, BibNum, Visto il 7 marzo 2025.

J. Shonk, *Introducing Meteorology. A guide to Weather, Seconda Edizione*, Dunedin, Edinburgh, 2020.

University of Colorado Boulder, *Dynamic Meteorology - Introduction*, Visto il 7 marzo 2025.

G.K. Vallis, *Essentials of Atmospheric and Ocean Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2019.

D. Van Domelen, *The Coriolis Effect: A (Fairly) Simple Explanation*, University of Wisconsin-Madison, visto il 7 marzo 2025.

P. Webb, *Introduction to Oceanography*, pressbook.pub, Scaricato il 7 marzo 2025.

Wikipedia, *Coriolis force*, Visto il 7 marzo 2025.

T. Woollings, *Jet Stream - A Journey Through our Changing Climate*, Oxford University Press, Oxford, 2020.