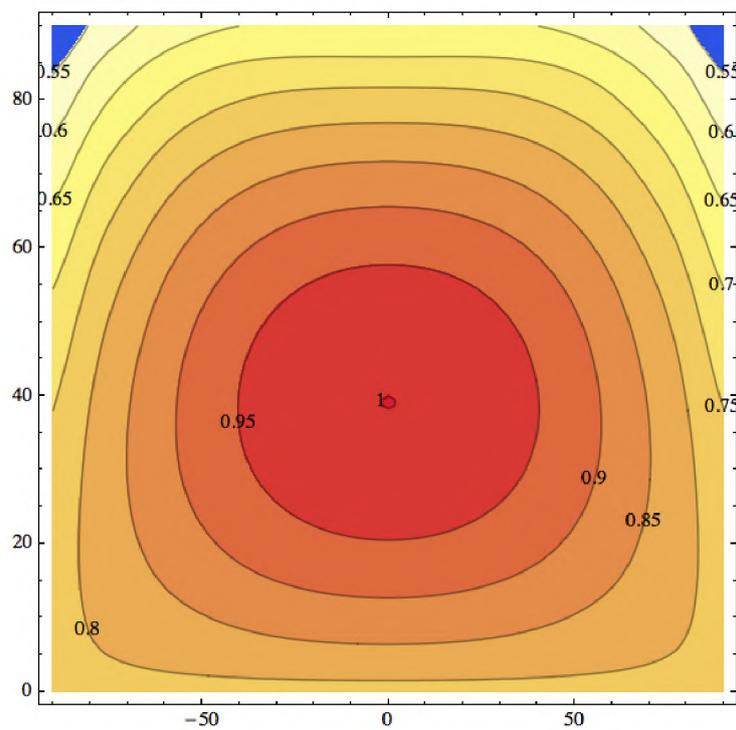




INTERNATIONAL CENTRE FOR MECHANICAL SCIENCES  
MONOGRAFIE CISM

# LA CAPTAZIONE DELL'ENERGIA SOLARE

Gianni Comini e Stefano Savino



© 2013 by CISM  
International Center for Mechanical Sciences  
Piazza Garibaldi 18  
33100 Udine - Italy  
Tel. +39 0432 248511 - Fax +39 0432 248550  
e-mail: [cism@cism.it](mailto:cism@cism.it) - URL: [www.cism.it](http://www.cism.it)

ISBN: 978-88-85137-45-5

# Prefazione

*Tutte le forme di utilizzazione diretta dell'energia solare hanno, come presupposto, una efficiente captazione delle radiazioni in arrivo e, di conseguenza, anche una conoscenza approfondita dei fattori che determinano i flussi incidenti su superfici riceventi di forma, inclinazione ed orientamento diversi. Purtroppo nei testi di Energetica Generale tali argomenti "avanzati" non vengono approfonditi per, sia pur giustificate, ragioni di spazio. Il presente volume si propone, quindi, come ausilio indispensabile per tutti i tecnici che, oltre alle applicazioni, desiderino comprendere anche le basi fisiche e termotecniche della captazione. Per questo motivo, gli sviluppi algebrici non sono mai sottintesi e, solo in un numero molto limitato di casi, sono chiaramente individuati come troppo complessi per una trattazione elementare. Inoltre numerosi esempi di applicazione, completamente svolti, illustrano la "teoria" ed abitano a formulare modelli per la soluzione dei problemi di interesse pratico.*

*Nel testo, la scansione dei capitoli segue un percorso concettuale che va dai fondamenti alle applicazioni ed, infatti:*

*Il Capitolo 1 illustra le caratteristiche della radiazione solare con l'obiettivo di determinare i flussi che incidono sulle superfici riceventi poste a livello del suolo. Come si può intuire, tali flussi dipendono da una serie di fattori, i più importanti dei quali sono: i flussi disponibili fuori dell'atmosfera, le caratteristiche di assorbimento e dispersione dell'atmosfera ed i parametri geometrici che caratterizzano la posizione delle superfici captanti. La discussione di questi fattori e delle grandezze che li caratterizzano serve, appunto, a chiarire i fondamenti fisici e termotecnici su cui si basano i modelli per il calcolo delle radiazioni solari.*

*Il Capitolo 2 si occupa del posizionamento delle superfici captanti, con l'obiettivo di ottimizzarne inclinazione ed orientamento. In quest'ottica si considerano, in sequenza, le superfici riceventi fisse e gli inseguitori, cioè le superfici riceventi in grado di muoversi in modo da mantenere il più basso possibile, nel corso della giornata, l'angolo formato dalla direzione dei raggi solari con la normale alle superfici stesse. Tra gli inseguitori, si dedica un'attenzione particolare ai concentratori, ossia alle superfici riceventi in grado di focalizzare le radiazioni su aree ridotte, aumen-*

*tando così la temperatura alla quale l'energia solare viene resa disponibile. Naturalmente, non si trascura il problema delle ombre in quanto la presenza di ostacoli lungo il percorso dei raggi, dal Sole alla superficie ricevente, può ridurre di molto i flussi che incidono in alcuni periodi della giornata, di durata variabile nel corso dell'anno. Nelle applicazioni dell'ingegneria solare, tuttavia, più dei flussi incidenti interessano le energie incidenti e, di conseguenza, più che all'irradianza si preferisce fare riferimento all'irradiazione. In tale contesto sono molto importanti le determinazioni degli apporti medi mensili ed annuali, al punto che le relative procedure di calcolo sono oggetto di norme ben precise che si applicano a tutte le utilizzazioni, sia termiche sia fotovoltaiche. Nel contesto delle irradiazioni, si discutono anche la definizione e l'applicazione di un nuovo parametro destinato a diventare di uso comune nella valutazione preliminare degli impianti solari. Tale parametro, chiamato TOF dall'acronimo inglese (Tilt and Orientation Factor, ovvero Fattore di Inclinazione ed Orientamento) rappresenta, su base annuale, il rapporto tra l'irradiazione incidente sull'installazione solare proposta e la massima irradiazione ottenibile, nella località considerata, con inclinazione ed orientamento ottimali delle superfici captanti.*

**Gianni Comini** si occupa di trasmissione del calore, termodinamica ed applicazioni industriali dell'energetica. È autore di numerosi volumi a carattere scientifico, didattico e divulgativo e di circa 200 pubblicazioni scientifiche e tecniche, apparse in gran parte su riviste internazionali. Dopo la laurea con lode in Ingegneria Meccanica a Padova nel 1967, ha svolto un'intensa attività didattica e di ricerca nel settore della Fisica Tecnica presso le Facoltà di Ingegneria, come assistente ordinario a Padova fino al 1975 e, successivamente, come professore ordinario a Trieste, fino al 1979, ed a Udine fino alla quiescenza nel 2010. Dal 2010 è Direttore del DEA - Dipartimento di Energia e Ambiente al CISM - Centro Internazionale di Scienze Meccaniche di Udine.

<http://www.cism.it/departments/energy-and-environment/>.

**Stefano Savino** si occupa di trasmissione del calore, meccanica dei fluidi ed applicazioni industriali della Termodinamica. È autore di due volumi didattici e di circa 50 pubblicazioni scientifiche e tecniche, apparse in buona parte su riviste internazionali. Si è laureato con lode in Ingegneria Meccanica nel 2001, ed ha ottenuto il Dottorato in Energetica nel 2004 a Udine. Dal 2005 è titolare di corsi nel settore della Fisica Tecnica presso l'Università di Udine dove, dal 2008, presta servizio come ricercatore.

Udine, marzo 2013

# Indice

<b>1</b>	<b>Radiazione solare</b>	<b>1</b>
1.1	ENERGIA SOLARE . . . . .	1
1.2	COSTANTE SOLARE . . . . .	2
1.2.1	Spettro solare extra-atmosferico . . . . .	3
1.2.2	Irradianza di superfici fuori dall'atmosfera . . . . .	5
1.3	ATTRAVERSAMENTO DELL'ATMOSFERA . . . . .	7
1.3.1	Attenuazione delle radiazioni solari . . . . .	9
1.3.2	Spettro solare al suolo . . . . .	12
1.3.3	Stima dell'irradianza al suolo . . . . .	15
1.4	LA TERRA ED I SUOI MOVIMENTI . . . . .	21
1.4.1	Variazioni della costante solare . . . . .	21
1.5	LE COORDINATE EQUATORIALI . . . . .	24
1.5.1	Andamento nel tempo della declinazione solare . . . . .	25
1.5.2	Andamento nel tempo dell'angolo orario . . . . .	27
1.6	LE COORDINATE TERRESTRI . . . . .	30
1.6.1	La posizione del Sole . . . . .	31
1.6.2	Il percorso del Sole . . . . .	33
1.6.3	Espressioni dell'angolo di incidenza . . . . .	36
1.6.4	Comparsa e scomparsa del Sole . . . . .	39
1.7	CONCLUSIONI . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Posizionamento delle superfici captanti</b>	<b>47</b>
2.1	IRRADIANZA E IRRADIAZIONE . . . . .	47
2.2	IRRADIANZA DELLE SUPERFICI FISSE . . . . .	49
2.2.1	Rapporto tra irradianze . . . . .	53
2.2.2	Ombreggiamento . . . . .	53
2.3	INSEGUITORI SOLARI . . . . .	57
2.4	COLLETTORI A CONCENTRAZIONE . . . . .	62
2.4.1	Concentratori . . . . .	64
2.4.2	Ricevitori . . . . .	68
2.5	IRRADIAZIONE DI SUPERFICI FUORI DALL'ATMOSFERA . . . . .	70

2.5.1	Calcolo dell'irradiazione extra-atmosferica . . . . .	71
2.5.2	Rapporto tra irradiazioni . . . . .	76
2.5.3	Inclinazione e orientamento ottimali . . . . .	77
2.6	IRRADIAZIONE DI SUPERFICI AL SUOLO . . . . .	80
2.6.1	Fattore di inclinazione ed orientamento . . . . .	86
2.6.2	Valutazione semplificata dell'irradiazione solare annuale . .	90
2.7	CONCLUSIONI . . . . .	91
	<b>Bibliografia</b>	<b>95</b>

# Nomenclatura

$A$	area
$C$	rapporto di concentrazione
$D$	diametro o dimensione caratteristica
$E$	potere emissivo globale correzione temporale
$E_\lambda$	potere emissivo monocromatico
$F$	fattore di vista
$G$	irradianza
$G_0$	costante solare
$H$	irradiazione altezza sul livello del mare
$i$	angolo di incidenza
$m$	lunghezza adimensionale (= sec $z$ )
$M$	numero ore di luce giornaliera
$n$	numero del giorno
$q$	flusso termico
$q''$	flusso termico specifico (per unità di superficie)
$\dot{q}$	generazione di calore (per unità di tempo e di volume)
$R$	raggio distanza
$R_G$	rapporto di irradianze
$R_H$	rapporto di irradiazioni
$s$	spessore dell'atmosfera
$T$	temperatura assoluta
$TOF$	fattore di inclinazione e orientamento
$z$	angolo di zenit
$\alpha$	altezza solare
$\beta$	angolo di inclinazione
$\gamma$	azimut
$\delta$	declinazione solare
$\epsilon$	semiangolo sotteso dal Sole

$\vartheta$	tempo
$\lambda$	lunghezza d'onda
$\rho$	coefficiente di riflessione
$\sigma$	costante del corpo nero
$\tau$	coefficiente di trasmissione delle radiazioni
$\varphi$	latitudine
$\psi$	longitudine
$\omega$	angolo orario
<b>Pedici</b>	
$a$	alba
$c$	concentratore
$d$	componente diffusa
$f$	componente diretta o di fascio
$G$	irradianza
$h$	orizzontale
$H$	irradiazione
$i$	inclinato
$n$	normale alla superficie
$N$	corpo nero
$P$	punto/località
$r$	componente riflessa ricevitore
$s$	suolo sud
$S$	Sole
$t$	tramonto
$v$	verticale
$0$	fuori dall'atmosfera

## Capitolo 1

# Radiazione solare

### 1.1 ENERGIA SOLARE

Il Sole è la principale fonte di energia rinnovabile di cui disponiamo sulla Terra. In generale, e qui in particolare, per energia solare si intende l'energia derivata direttamente dal Sole nelle forme: termica, termodinamica e fotovoltaica. È evidente, tuttavia, che anche altre energie rinnovabili, delle quali qui non ci si occupa, derivano indirettamente dal Sole. L'energia idraulica, ad esempio, è legata al ciclo dell'acqua in natura attraverso l'evaporazione, causata dal riscaldamento solare, e le successive precipitazioni. Analogamente i venti, dai quali deriva l'energia eolica, sono generati dalle variazioni di pressione atmosferica collegate al riscaldamento solare. L'energia potenziale chimica delle biomasse, infine, non è altro che una forma di accumulo dell'energia solare catturata dai vegetali attraverso la fotosintesi. Da questo punto di vista, è lecito anche affermare che i combustibili fossili derivano la loro esistenza dal Sole, in quanto si sono formati, nel corso delle ere geologiche, dalla trasformazione anaerobica di sostanze organiche, sia vegetali sia animali. Stante i lunghissimi tempi e gli irripetibili meccanismi della loro formazione è giocoforza, però, classificare i combustibili fossili come fonti non rinnovabili dell'energia potenziale chimica accumulata al loro interno.

Tutte le forme di utilizzazione diretta dell'energia solare hanno, come presupposto, la captazione delle radiazioni in arrivo dal Sole. In questo capitolo si esamineranno le caratteristiche delle radiazioni solari, con l'obiettivo di determinare i flussi di energia incidenti su superfici riceventi variamente inclinate ed orientate. Come si può intuire i flussi in arrivo dipendono da una serie di fattori quali:

- i flussi di radiazione solare disponibili fuori dell'atmosfera,
- le caratteristiche di assorbimento e dispersione dell'atmosfera, e

- i parametri geometrici che caratterizzano la posizione della superfici captanti rispetto al Sole.

La discussione di questi fattori, e delle grandezze che li caratterizzano, serviranno a chiarire i fondamenti fisici su cui si basano i modelli per il calcolo della radiazione solare.

## 1.2 COSTANTE SOLARE

Si definisce costante solare  $\bar{G}_0$  il flusso di energia che incide su una superficie unitaria orientata in direzione ortogonale ai raggi solari e posta ai limiti dell'atmosfera. Attesa tale definizione, la costante solare può essere identificata con l'irradianza media extra-atmosferica di una superficie perpendicolare ai raggi del Sole e, come tale, si misura in watt per metro quadrato [W/m<sup>2</sup>].

Le stime più recenti del WRC (World Radiation Center) di Davos in Svizzera, forniscono il valore:  $\bar{G}_0 = 1.367 \text{ W/m}^2$  e, quindi, il flusso termico totale irraggiato dal Sole si può calcolare come

$$\begin{aligned} q_S &= 4\pi\bar{R}^2\bar{G}_0 & (1.1) \\ &= 4\pi(1,495 \cdot 10^{11})^2 1367 \cong 3,839 \cdot 10^{26} \text{ W} \end{aligned}$$

dove  $\bar{R} = 1,495 \cdot 10^{11} \text{ m}$  è la distanza media tra il Sole e la Terra. Il valore di  $q_S$  è molto grande in assoluto ma, rapportato al volume del Sole, si traduce in una generazione interna di calore per unità di volume pari a

$$\begin{aligned} \dot{q}_S &= \frac{q_S}{(4/3)\pi R_S^3} & (1.2) \\ &= \frac{3,839 \cdot 10^{26}}{(4/3)\pi(6,955 \cdot 10^8)^3} \cong 0,272 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

dove  $R_S = 6,955 \cdot 10^8 \text{ m}$  è il raggio solare. Il valore risultante di  $\dot{q}_S$  è molto piccolo se si pensa, ad esempio, che la generazione di calore per unità di volume, all'interno del corpo umano, supera i 1.000 W/m<sup>3</sup>.

Un altro valore caratteristico molto importante è il flusso termico emesso dal Sole per unità di superficie, per il quale si ha

$$\begin{aligned} q_S'' &= \frac{4\pi\bar{R}^2\bar{G}_0}{4\pi R_S^2} = \left(\frac{\bar{R}}{R_S}\right)^2 \bar{G}_0 & (1.3) \\ &= \left(\frac{1,495 \cdot 10^{11}}{6,955 \cdot 10^8}\right)^2 1367 \cong 6,316 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

L'energia collegata a tale flusso proviene dal nocciolo centrale del Sole, che si trova ad una temperatura di diversi milioni di kelvin a causa delle reazioni interne di fusione nucleare. La temperatura del Sole diminuisce dal centro verso la periferia fino ad arrivare, sulla superficie esterna, ad un "valore apparente di corpo nero" pari a  $T_S = 5.777$  K. Per un corpo nero, infatti, vale la legge di Stefan-Boltzmann e, con riferimento alla costante  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$ , il potere emissivo globale  $E_N$  del Sole, assimilato ad un corpo nero, può essere espresso nella forma

$$\begin{aligned} E_N &= \sigma T_S^4 & (1.4) \\ &= 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5777^4 \cong 6,315 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

Pertanto, l'uguaglianza tra il flusso termico specifico  $q''_S$ , emesso dal Sole e stimato a partire da  $\bar{G}_0$ , ed il potere emissivo globale  $E_N$ , stimato a partire da  $T_S$ , è verificato, a meno degli arrotondamenti numerici, dalla temperatura apparente di corpo nero:  $T_S = 5.777$  K. (Si noti che, nelle relazioni precedenti e nel seguito, si usa il pedice  $N$  per indicare il corpo nero, al fine di riservare il pedice  $n$  alla direzione normale ad una superficie).

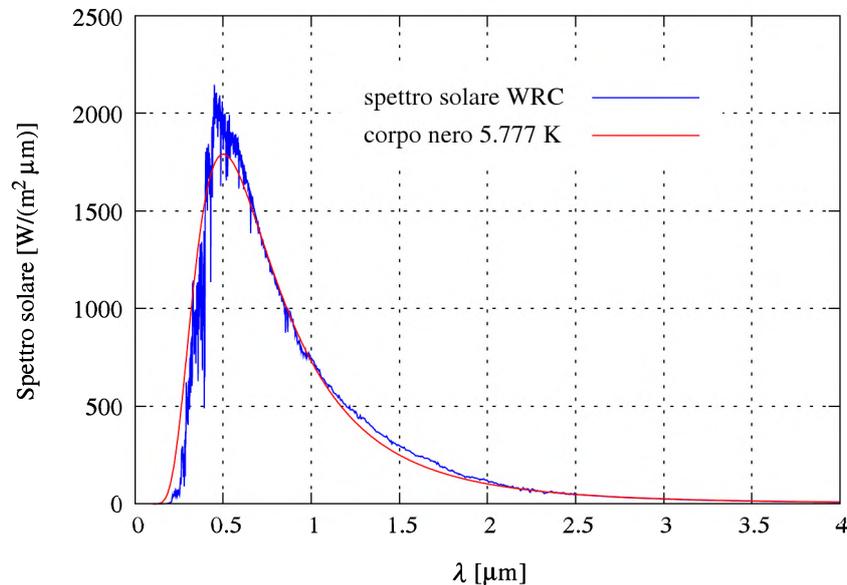
### 1.2.1 Spettro solare extra-atmosferico

Diverse organizzazioni scientifiche forniscono, in forma tabellare, la distribuzione spettrale delle irradianze monocromatiche medie  $\bar{G}_{0\lambda}$  che investono una superficie ortogonale ai raggi solari posta ai limiti dell'atmosfera. La distribuzione spettrale a cui si fa riferimento in questo paragrafo è stata ricavata dal WRC, sulla base di misure ad alta quota e satellitari.

Nella Fig. 1.1, la distribuzione ricavata sperimentalmente è confrontata con quella che sarebbe determinata, ai limiti dell'atmosfera, da un corpo nero di temperatura superficiale  $T_S = 5.777$  K e raggio  $R_S = 6,955 \cdot 10^8$  m, pari a quello del Sole, posto ad una distanza dalla Terra di  $\bar{R} = 1,495 \cdot 10^{11}$  m, pari alla distanza media Terra-Sole. Per tale corpo, vale la legge di Planck che consente di esprimere il potere emissivo monocromatico nella forma

$$E_{N\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (1.5)$$

dove si ha  $C_1 = 3,742 \cdot 10^8 \text{ (W } \mu\text{m}^4)/\text{m}^2$  e  $C_2 = 1,439 \cdot 10^4 \text{ } \mu\text{m K}$ , mentre  $\lambda$  è la lunghezza d'onda misurata in micrometri [ $\mu\text{m}$ ] e, di conseguenza,  $E_{N\lambda}$  è misurato in watt per metro quadrato e per micrometro [ $\text{W}/(\text{m}^2 \mu\text{m})$ ].



**Figura 1.1:** Distribuzioni spettrali dell'irradianza solare (WRC) e di corpo nero su una superficie ortogonale ai raggi posta ai limiti dell'atmosfera [elaborazione su dati WRC].

I valori di  $E_{N\lambda}$  sulla superficie di raggio  $R_S$  vanno, però, riportati alla distanza  $\bar{R}$  utilizzando la relazione

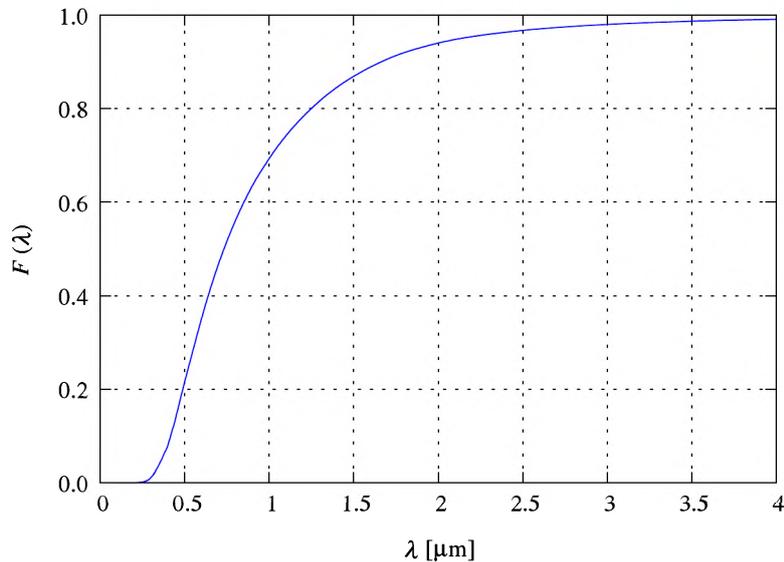
$$q''_{N\lambda} = \left(\frac{R_S}{\bar{R}}\right)^2 E_{N\lambda} = \left(\frac{R_S}{\bar{R}}\right)^2 \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (1.6)$$

Si ottengono così le due curve di Fig. 1.1, con la distribuzione WRC segnata in blu e quella di corpo nero segnata in rosso. Come si può vedere, la radiazione determinata dal corpo nero costituisce un'approssimazione adeguata ai fini pratici. Tale conclusione vale anche per la lunghezza d'onda  $\lambda_{max}$  alla quale il potere emissivo raggiunge il massimo valore. Dalla legge di Wien

$$\lambda_{max} T = C_3 \quad (1.7)$$

con  $C_3 = 2.898 \mu\text{m K}$  e  $T = T_S = 5.777 \text{ K}$  si ottiene, infatti:  $\lambda_{max} = 0,50 \mu\text{m}$ , mentre il valore determinato sperimentalmente è:  $\lambda_{max} = 0,48 \mu\text{m}$ .

Attraverso un'integrazione numerica della distribuzione spettrale WRC è possibile



**Figura 1.2:** Frazione del potere emissivo globale del Sole  $F(\lambda)$  nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 0 e  $\lambda$ .

ricalcolare la costante solare, riottenendo evidentemente

$$\begin{aligned}\bar{G}_0 &= \int_0^{\infty} \bar{G}_{0\lambda} d\lambda \\ &= 1.367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\end{aligned}\quad (1.8)$$

Inoltre, è possibile calcolare la frazione del potere emissivo globale  $F(\lambda)$  irradiato dal Sole nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 0 e  $\lambda$ . Si ha, infatti

$$F(\lambda) = \frac{1}{\bar{G}_0} \int_0^{\lambda} \bar{G}_{0\lambda} d\lambda \quad (1.9)$$

ed, in questo modo, dalla distribuzione di  $\bar{G}_{0\lambda}$  si ottiene l'andamento riportato nella Fig. 1.2. Come si vede, le emissioni sono concentrate nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 0,38 e 3,0  $\mu\text{m}$ , ed il 50% circa delle radiazioni è compreso nel campo del visibile:  $0,38 < \lambda < 0,78 \mu\text{m}$ .

### 1.2.2 Irradianza di superfici fuori dall'atmosfera

Le procedure di calcolo dell'irradianza solare al livello del suolo richiedono le stime preliminari dell'irradianza globale incidente su superfici, orizzontali ed inclinate,

poste fuori dall'atmosfera. Per concretezza e senza perdere in generalità, tali stime possono essere illustrate facendo riferimento alla costante solare  $\overline{G}_0$ , cioè all'irradianza globale media incidente su una superficie perpendicolare ai raggi del Sole posta ai limiti dell'atmosfera.

### Irradianza di una superficie orizzontale

Nella stima dell'irradianza globale media  $\overline{G}_{0h}$  che incide sul piano orizzontale, la situazione geometrica può essere schematizzata come in Fig. 1.3 (a), dove l'angolo  $i$  tra i raggi solari e la normale  $n$  alla superficie ricevente coincide con l'angolo di zenit  $z$ , ovvero con l'angolo formato dai raggi solari con la normale al suolo. Dalla figura si ha immediatamente

$$A_h \cos i = A_h \cos z = A_n \quad (1.10)$$

dove  $A_n$  è la proiezione di  $A_h$  sul piano ortogonale ai raggi del Sole. Poiché, necessariamente, il flusso solare incidente sulle superfici  $A_h$  ed  $A_n$  è lo stesso, si ottengono le relazioni

$$\begin{aligned} \overline{G}_{0h} A_h &= \overline{G}_0 A_n = \overline{G}_0 A_h \cos z \\ \Rightarrow \overline{G}_{0h} &= \overline{G}_0 \cos z \end{aligned} \quad (1.11)$$

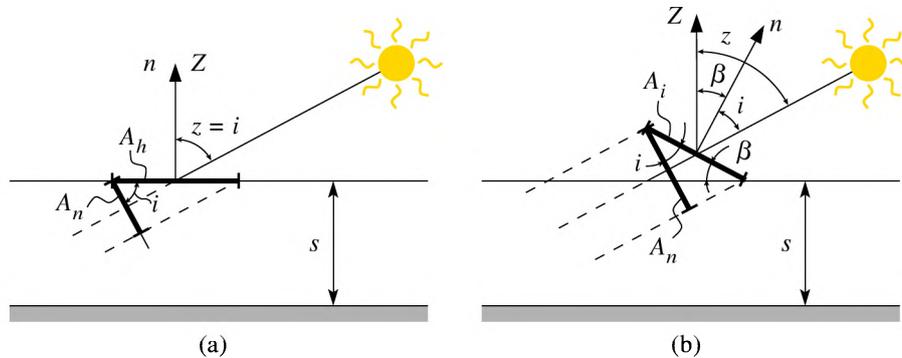
Come si vede, l'irradianza media extra-atmosferica su una superficie orizzontale dipende dall'angolo di zenit e varia dal massimo:  $\overline{G}_{0h} = \overline{G}_0$  per  $z = 0$ , sino al minimo:  $\overline{G}_{0h} = 0$  per  $z = 90$ .

### Irradianza di una superficie comunque inclinata

Evidentemente, la procedura può essere estesa alla stima dell'irradianza globale media  $\overline{G}_{0i}$  che incide su una superficie ricevente  $A_i$  comunque inclinata rispetto al piano orizzontale. Se, ad esempio,  $A_i$  forma un angolo  $\beta$  con il piano orizzontale, la situazione geometrica può essere schematizzata come in Fig. 1.3 (b) dove la normale  $n$  ad  $A_i$  non è più verticale e, quindi, l'angolo di inclinazione  $i$  dei raggi solari non coincide più con l'angolo di zenit  $z$ . Poiché, anche in questo caso, lo stesso flusso solare incide sulla superficie inclinata  $A_i$  e sulla sua proiezione  $A_n$  sul piano normale alla direzione dei raggi, si ottengono le relazioni

$$\begin{aligned} \overline{G}_{0i} A_i &= \overline{G}_0 A_n = \overline{G}_0 A_i \cos i \\ \Rightarrow \overline{G}_{0i} &= \overline{G}_0 \cos i \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si vede così, in tutta generalità, che è sempre il coseno dell'angolo di incidenza  $i$  a giocare il ruolo di fattore di riduzione e, di conseguenza, che l'aumento di  $\cos i$  (o, se si vuole, la riduzione di  $i$ ) è un obiettivo prioritario nella ricerca del posizionamento ottimale delle superfici captanti.



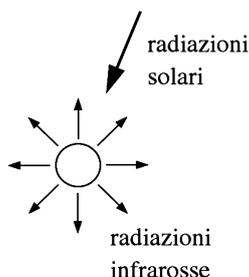
**Figura 1.3:** Irradianza globale incidente su superfici piane poste ad un'altezza non inferiore allo spessore  $s$  dell'atmosfera: (a) superficie orizzontale  $A_h$  e (b) superficie comunque inclinata  $A_i$  rispetto al piano orizzontale.

### 1.3 ATTRAVERSAMENTO DELL'ATMOSFERA

Nell'attraversamento dell'atmosfera, l'intensità e la distribuzione spettrale delle radiazioni cambiano in maniera significativa. I cambiamenti sono dovuti ai processi di assorbimento e dispersione (traduzione del termine inglese "scattering", letteralmente: sparpagliamento) associati alle interazioni dei raggi solari con le molecole dei gas atmosferici e con le particelle, solide e liquide, sospese nell'atmosfera.

Nel processo di assorbimento, schematizzato nella Fig. 1.4, una frazione delle radiazioni emesse dal Sole viene catturata e trasformata in energia interna da molecole e particelle per essere poi re-irraggiata a temperatura più bassa. Le radiazioni catturate hanno la direzione dei raggi solari e lunghezze d'onda concentrate nell'intervallo tra  $0,3$  e  $3 \mu\text{m}$  nel quale è concentrata la maggior parte delle radiazioni solari (che, ricordiamolo, provengono da un corpo alla temperatura apparente di  $5.777 \text{ K}$ ). Le radiazioni emesse, al contrario, sono diffuse in modo isotropo ed hanno lunghezze d'onda comprese nel campo dell'infrarosso, poiché provengono da sorgenti che si trovano a temperature dell'ordine di qualche centinaio di kelvin.

Per quanto riguarda le modalità di cattura, si può dire che l'assorbimento nelle particelle è uniforme su tutto lo spettro, mentre l'assorbimento nelle molecole dei gas è selettivo, in quanto ha luogo per bande. Inoltre si ha che, tra i gas presenti nell'atmosfera, solo quelli a molecola triatomica presentano bande di assorbimento significative comprese, totalmente o parzialmente, nell'intervallo tra  $0,3$  e  $3 \mu\text{m}$ . In tale intervallo, infatti, sono attivi: l'ozono tra  $0,15$  e  $0,4 \mu\text{m}$ , il vapore d'acqua tra  $0,8$  e  $2 \mu\text{m}$ , e l'anidride carbonica tra  $2,5$  e  $4,5 \mu\text{m}$ , mentre i gas a molecola monoat-



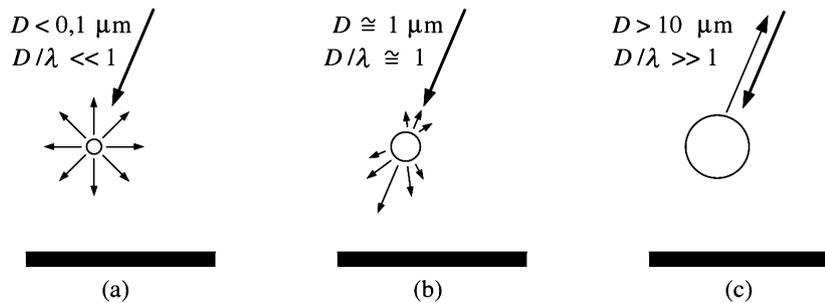
**Figura 1.4:** Assorbimento delle radiazioni solare e re-irraggiamento isotropo nell'infrarosso.

tomica e biatomica (come i gas nobili, l'azoto e l'ossigeno) non presentano bande di assorbimento significative.

A differenza dell'assorbimento, la dispersione non altera lo spettro di frequenze della radiazione solare ma, come schematizzato in Fig. 1.5, si limita a deviare i raggi incidenti in maniera diversa a seconda del rapporto  $D/\lambda$  tra dimensione caratteristica dell'ostacolo (molecola o particella) e lunghezza d'onda della radiazione solare incidente. Si usa, infatti, distinguere tra

- dispersione di Rayleigh, che ha luogo per  $D/\lambda \ll 1$  ed interessa le molecole dei gas atmosferici ( $D \cong 1 \text{ nm}$ , ovvero  $1 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ ), e le particelle atmosferiche più piccole ( $D < 0,1 \mu\text{m}$ );
- dispersione di Mie, che ha luogo per  $D/\lambda \cong 1$  ed interessa la frazione numericamente più significativa delle particelle atmosferiche ( $D \cong 1 \mu\text{m}$ );
- deviazione secondo le leggi dell'ottica geometrica, che ha luogo per  $D/\lambda \gg 1$  ed interessa le particelle atmosferiche più grandi ( $D > 10 \mu\text{m}$ ).

La dispersione di Rayleigh, schematizzata in Fig. 1.5 (a), si traduce in una diffusione pressoché isotropa dei raggi deviati e, di conseguenza, rimanda verso lo spazio circa la metà dell'energia coinvolta. Inoltre, fatto salvo il rapporto:  $D/\lambda \ll 1$ , essa risulta tanto più efficace quanto minore è la lunghezza d'onda della radiazione incidente (secondo il fattore di proporzionalità  $1/\lambda^4$ , scoperto da Rayleigh stesso). Per questo motivo la componente blu, ovvero la più corta della radiazione solare, è dispersa più delle altre dando al cielo il suo colore caratteristico.



**Figura 1.5:** Dispersione delle radiazioni solari in funzione del rapporto  $D/\lambda$ : (a) dispersione di Rayleigh, (b) dispersione di Mie e (c) riflessione.

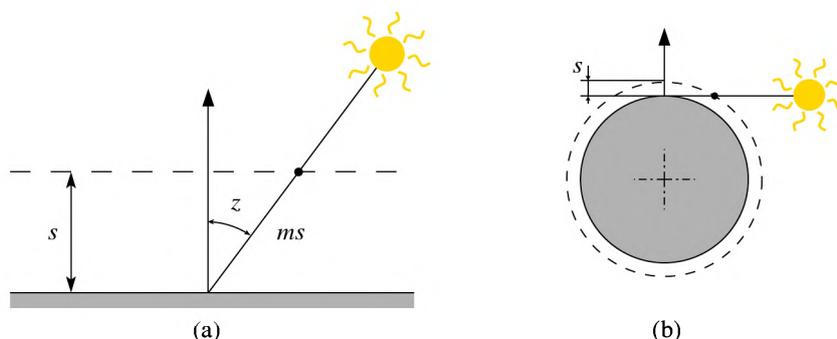
La dispersione di Mie, schematizzata in Fig. 1.5 (b), si traduce in una diffusione anisotropa limitata ad un angolo solido di ampiezza ridotta e centrato sulla direzione dei raggi solari. Inoltre, fatto salvo il rapporto:  $D/\lambda \cong 1$ , essa risulta indipendente dalla lunghezza d'onda. Per questo motivo le nubi di spessore ridotto sono bianche, ovvero del colore risultante dalla presenza di tutte le componenti dello spettro cromatico. Per contro, il cielo coperto da nubi di spessore elevato è di un colore grigio più o meno scuro, ovvero del colore risultante da una riduzione consistente di tutte le componenti dello spettro.

Infine, la deviazione secondo le leggi dell'ottica geometrica, schematizzata in Fig. 1.5 (c), è, sostanzialmente, una riflessione che può, comunque, contribuire in maniera significativa alla riduzione delle radiazioni solari in arrivo sulla Terra.

### 1.3.1 Attenuazione delle radiazioni solari

A causa dei processi di assorbimento e dispersione, le radiazioni solari si attenuano considerevolmente passando dai limiti dell'atmosfera al suolo. Dalle considerazioni del paragrafo precedente, si intuisce come i fattori di attenuazione giochino un ruolo tanto più importante quanto più grande è la probabilità di interazione dei raggi solari con molecole e particelle. A sua volta, questa probabilità è maggiore in giornate nuvolose rispetto a giornate serene, ed in atmosfere inquinate rispetto ad atmosfere limpide.

A parità di limpidezza atmosferica, invece, la probabilità di interazione cresce con la lunghezza del percorso dei raggi solari nell'atmosfera. Tale lunghezza viene generalmente espressa in termini adimensionali, con riferimento al rapporto  $m$  tra la lunghezza del percorso effettivo e quella del percorso più breve, rappresentato dal-



**Figura 1.6:** Percorso delle radiazioni solari nell'atmosfera: (a) schema semplificato e (b) situazione reale (non in scala).

lo spessore  $s$  dell'atmosfera. A questo scopo, con riferimento alla Fig. 1.6 (a), si utilizza la relazione trigonometrica approssimata

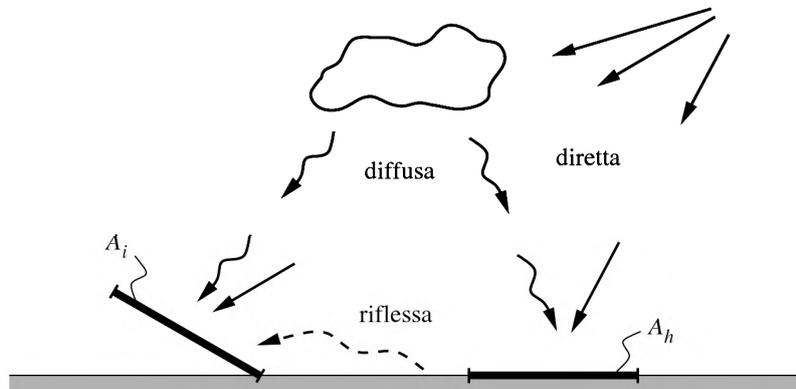
$$m = \frac{ms}{s} = m = \frac{1}{\cos z} = \sec z \quad (1.13)$$

e si assume  $m = 0$  al di fuori dell'atmosfera. L'espressione (1.13), pur sufficientemente accurata nella maggior parte delle situazioni di interesse pratico, non può essere estesa ad angoli di zenit maggiori di  $80^\circ$ . Come evidenziato nella Fig. 1.6 (b), infatti, la curvatura terrestre fa sì che  $m$  non cresca all'infinito con  $z$  ma (si potrebbe dimostrare) raggiunga, al più, il valore limite:  $m \cong 40$ . D'altra parte, va anche detto che angoli di zenit maggiori di  $80^\circ$  conducono ad irradianze troppo basse per risultare interessanti ai fini dello sfruttamento dell'energia solare.

Oltre che attenuate, le radiazioni solari arrivano al livello del suolo anche più o meno disperse. Pertanto, a livello del suolo l'irradianza solare presenta due componenti:

- una diretta (o di fascio), costituita dal fascio dei raggi solari che attraversa l'atmosfera senza esserne perturbato e, di conseguenza, arriva al suolo dalla direzione del Sole;
- una diffusa, costituita dalla frazione di raggi solari che arriva al suolo dopo aver incontrato particelle e molecole e, di conseguenza, dopo esser stata dispersa, assorbita ed, eventualmente, re-irraggiata in tutte le direzioni.

Se, come è indicato in Fig. 1.7, la superficie ricevente è orizzontale, l'irradianza globale che incide su di essa deriva dai soli contributi delle componenti diretta e diffusa. Se invece la superficie ricevente è inclinata, ai contributi delle componenti



**Figura 1.7:** Irradianza al suolo: sulla superficie orizzontale  $A_h$  incidono solo le componenti diretta e diffusa, mentre sulla superficie inclinata  $A_i$  incide anche la componente riflessa.

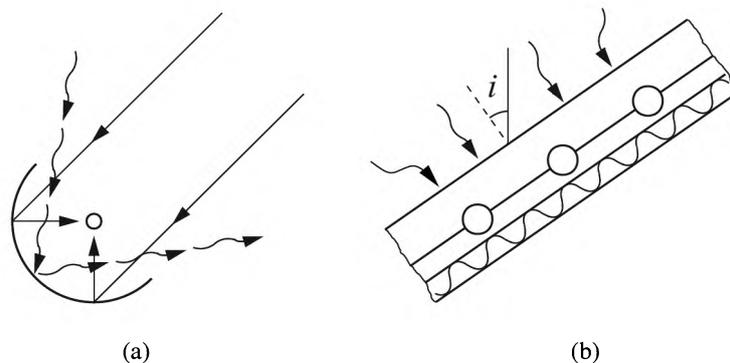
diretta e diffusa si aggiunge il contributo della componente riflessa dal suolo. Le radiazioni che arrivano al suolo, infatti, vengono riflesse in misura proporzionale al coefficiente di riflessione  $\rho_s$  del suolo stesso. I coefficienti  $\rho_s$ , definiti come frazione riflessa dell'irradianza solare che giunge su un piano orizzontale, assumono valori orientativi del tipo di quelli riportati nella Tabella 1.1.

La presenza di più componenti delle radiazioni solari ha conseguenze importanti dal punto di vista della captazione. Con riferimento alla Fig. 1.8, infatti, non si deve dimenticare che

- i concentratori funzionano secondo le leggi dell'ottica geometrica e, quindi, sono in grado di captare soltanto la componente diretta proveniente dalla direzione del Sole;

**Tabella 1.1:** Coefficiente di riflessione del suolo  $\rho_s$ .

Tipo di suolo	$\rho_s$	Tipo di suolo	$\rho_s$
calcestruzzo	0,25	terreno	0,15
tegole	0,33	erba verde	0,26
ghiaia	0,20	erba secca	0,20
bitume	0,13	campi e piante	0,26



**Figura 1.8:** Captazione delle radiazioni: (a) dirette mediante un concentratore opportunamente orientato e (b) diffuse mediante un pannello solare piano.

- i pannelli solari piani, termici o fotovoltaici, invece, sono in grado di captare anche buona parte delle componenti diffuse e riflessa, in quanto il vetro è trasparente a tutte le radiazioni che arrivano con angolo di incidenza inferiore al valore limite di riflessione (compreso, in genere, tra i  $70^\circ$  e gli  $80^\circ$ ).

Oltre alla direzione di provenienza delle radiazioni, infine, va considerata anche la loro distribuzione spettrale in quanto, ad esempio

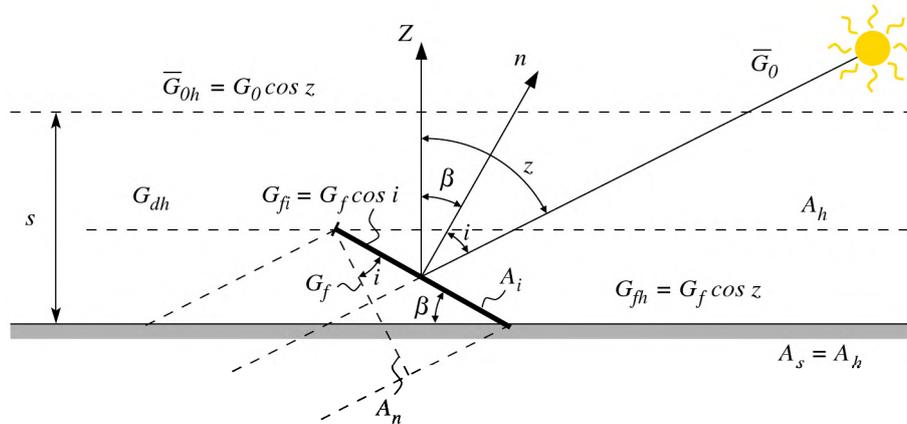
- i pannelli fotovoltaici sono caratterizzati da indici di cattura delle radiazioni fortemente dipendenti dalla lunghezza d'onda delle radiazioni stesse.

Per tutti questi motivi, è importante definire delle distribuzioni spettrali di riferimento per la radiazione solare, in modo da poter confrontare tra loro le apparecchiature di utilizzazione in condizioni di prova ben definite.

### 1.3.2 Spettro solare al suolo

L'industria fotovoltaica statunitense, in collaborazione con l'ASTM (American Society for Testing and Materials), ha definito tre distribuzioni standard di irradianza solare, e le ha contraddistinte con le sigle AM0, AM1.5-f e AM1-37°.

La distribuzione AM0 fa riferimento al punto di partenza, ovvero all'irradianza ai limiti dell'atmosfera ( $m = 0$ ), e coincide, in pratica, con lo spettro WRC di Fig 1.1. Le distribuzioni AM1.5-f e AM1-37°, invece, fanno riferimento al punto di arrivo, ovvero all'irradianza che giunge al suolo dopo un percorso di lunghezza  $m = 1,5$  in un'atmosfera limpida (dove, in termini pratici, il "livello di limpidezza" è quello di



**Figura 1.9:** Irradianza globale al suolo incidente su superfici rivolte verso il Sole. Sono evidenziate le componenti dirette:  $G_f$  (incidente su  $A_n$ ),  $G_{fi}$  (incidente su  $A_i$ ), e  $G_{fh}$  (incidente sulle superfici orizzontali  $A_s = A_h$ ), e la componente diffusa  $G_{dh}$  incidente su  $A_h$  (superficie ideale sovrastante  $A_i$ ).

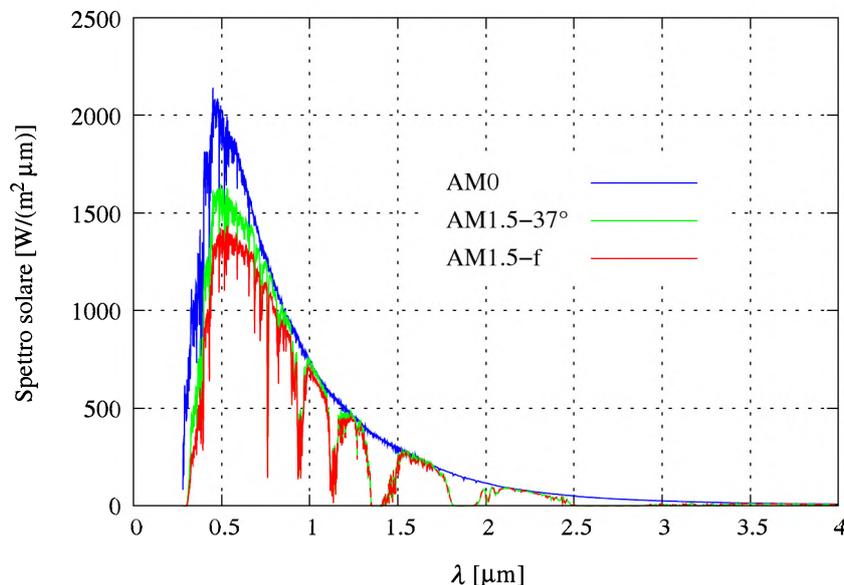
un'atmosfera che consenta una visibilità di 23 km). Le due distribuzioni, tuttavia, si differenziano sia per la diversa orientazione della superficie ricevente, sia per la diversa composizione dell'irradianze incidente.

La distribuzione AM1.5-f fa riferimento ad una superficie  $A_n$  ortogonale ai raggi solari ed allo spettro della sola componente diretta, o di fascio, dell'irradianza incidente (indicata nel seguito con il simbolo  $G_f$ ). La distribuzione AM1-37° fa riferimento, invece, ad una superficie  $A_i$  rivolta a sud ed inclinata di un angolo  $\beta = 37^\circ$  rispetto al piano orizzontale, ed allo spettro dell'irradianza globale (indicata nel seguito con il simbolo  $G_i$ ) che incide a mezzogiorno solare, nell'ipotesi di un coefficiente di riflessione del suolo pari a  $\rho_s = 0,2$ .

La situazione geometrica a cui AM1-37° si riferisce è ben rappresentata nella Fig. 1.9 (che verrà utilizzata anche nel seguito, sempre per meglio illustrare le notazioni adottate). Dalla Fig. 1.9 si vede, che l'angolo di zenit associato ad un percorso di lunghezza  $m = 1,5$  è pari a:  $z = \text{arcsec } m = \text{arcsec } 1,5 = 48,19^\circ$ . A mezzogiorno solare, di conseguenza, l'angolo formato dalla direzione dei raggi solari con la normale  $n$  alla superficie  $A_i$  è pari ad:  $i = z - \beta = 48,19 - 37 = 11,19^\circ$ .

Le distribuzioni spettrali AM0, AM1.5-f e AM1-37° vengono ricavate utilizzando il codice SMARTS2 (liberamente disponibile in rete) per ottenere gli spettri rappresentati in Fig. 1.10.

Come si è già osservato, gli spettri di Fig. 1.10 costituiscono gli standard di riferimento per le applicazioni pratiche ed, inoltre, il confronto tra essi conduce ad alcune



**Figura 1.10:** Distribuzioni spettrali dell'irradianza solare: ai limiti dell'atmosfera su una superficie ortogonale ai raggi (AM0); al suolo dopo un percorso  $m = 1,5$  nell'atmosfera, distinguendo tra componente diretta (o di fascio) su una superficie ortogonale ai raggi (AM1.5-f), e risultante globale su una superficie rivolta verso il Sole ed inclinata di un angolo  $\beta = 37^\circ$  (AM1.5-37°). [elaborazione su dati SMARTS2].

considerazioni di grande interesse concettuale. Il confronto tra AM0 ed AM1.5-f, ad esempio, evidenzia per differenza gli effetti di attenuazione atmosferica sulla componente diretta in arrivo su una superficie ortogonale ai raggi solari. Tali effetti sono particolarmente accentuati nelle bande di assorbimento dell'ozono (tra 0,3 e 0,4  $\mu\text{m}$ ), del vapore d'acqua (tra 0,8 e 2  $\mu\text{m}$ ), e dell'anidride carbonica (oltre i 2,5  $\mu\text{m}$ ). In aggiunta agli effetti sulle singole bande, è visibile anche una riduzione uniforme su tutto lo spettro, dovuta all'assorbimento nelle particelle (che si è detto essere uniforme su tutto lo spettro). Il confronto tra AM1.5-f e AM1.5-37°, discusso più in dettaglio nel seguito, evidenzia invece, per differenza, i contributi, relativamente modesti, delle componenti diffusa e riflessa.

Infine, può essere interessante osservare che

- dall'integrazione numerica della distribuzione spettrale AM0 si ricava di nuovo la (1.8) poiché le due distribuzioni AM0 e WRC sono, sostanzialmente, sovrapponibili;

- dall'integrazione numerica della distribuzione spettrale AM1.5-f, relativa alla componente diretta ortogonale alle radiazioni, si ricava

$$\begin{aligned} G_f &= \int_0^\infty (G_\lambda)_{fn} d\lambda \\ &= 767 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned} \quad (1.14)$$

- dall'integrazione numerica della distribuzione spettrale AM1.5-37°, relativa all'irradianza globale sulla superficie inclinata, si ricava

$$\begin{aligned} G_{37^\circ} &= \int_0^\infty (G_\lambda)_{i=37^\circ} d\lambda \\ &= 963 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned} \quad (1.15)$$

- le componenti dell'irradianza globale al suolo AM1.5-37° possono essere esplicitate scrivendo la (1.15) nella forma

$$G_{37^\circ} = G_i = \int_0^\infty (G_{f\lambda} + G_{d\lambda} + G_{r\lambda})_{37^\circ} d\lambda = G_{fi} + G_{di} + G_{ri} \quad (1.16)$$

ma, per la quantificazione dei valori delle componenti diretta  $G_{fi}$ , diffusa  $G_{di}$  e riflessa  $G_{ri}$  occorrerà attendere il Paragrafo 1.3.3.

### 1.3.3 Stima dell'irradianza al suolo

Oltre ad essere di utilità pratica, in quanto consentono di valutare l'importanza relativa delle componenti diretta, diffusa e riflessa, le procedure di stima dell'irradianza al suolo rivestono un notevole interesse concettuale in quanto, come vedremo, contribuiscono a chiarire i meccanismi di attenuazione, dispersione e riflessione delle radiazioni.

Per concretezza, e senza perdere in generalità, la discussione che segue fa riferimento alla costante solare media  $\overline{G}_0$  ed alla situazione geometrica schematizzata nella Fig. 1.9. Come si è già osservato, in tale situazione la superficie captante  $A_i$  è rivolta verso il Sole, è inclinata di un angolo  $\beta$  rispetto al suolo, e la sua normale  $n$  forma l'angolo  $i = z - \beta$  con la direzione dei raggi solari. Di conseguenza,  $A_n$  è l'area della proiezione di  $A_i$  sul piano normale ai raggi solari, mentre  $s$  e  $z$  indicano, rispettivamente, lo spessore dell'atmosfera e l'angolo di zenit. Nel caso generale,  $A_h$  denota l'area di qualunque superficie orizzontale. Tuttavia, quando vi è il rischio di ambiguità (come nella determinazione dei fattori di vista), si distingue tra l'area

$A_s = A_h$  della superficie orizzontale al suolo, e l'area  $A_h$  di una superficie ideale posta immediatamente al di sopra della superficie ricevente.

### Stima della componente diretta

La componente diretta  $G_f$  che, a livello del suolo, incide sulla proiezione  $A_n$  di  $A_i$  sul piano ortogonale ai raggi solari, può essere valutata in base alla procedura proposta da Hottel, scrivendo

$$G_f = \tau_f \bar{G}_0 \quad (1.17)$$

Nella relazione (1.17)

$$\tau_f = a_0 + a_1 \exp\left(-\frac{a_2}{\cos z}\right) = a_0 + a_1 e^{-a_2 m} \quad (1.18)$$

è il coefficiente di trasmissione della radiazione diretta che dipende, a sua volta, da tre parametri. Per un'atmosfera con 23 chilometri di visibilità, i tre parametri possono venir valutati mediante le relazioni

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,424 - 0,0082(6 - H)^2 \\ a_1 &= 0,5055 + 0,0060(6,5 - H)^2 \\ a_2 &= 0,271 + 0,019(2,5 - H)^2 \end{aligned} \quad (1.19)$$

che, alle nostre latitudini, non richiedono ulteriori coefficienti di correzione. L'unica avvertenza è che, nelle (1.19), l'altezza sul livello del mare  $H$  deve venire espressa in chilometri ed essere inferiore a 2,5.

Se, come nella Fig. 1.9, la superficie ricevente  $A_i$  non è ortogonale ai raggi solari, si può procedere in analogia al Paragrafo 1.2.2 scrivendo

$$\begin{aligned} G_{fi} A_i &= G_f A_n = G_f A_i \cos i \\ \Rightarrow G_{fi} &= G_f \cos i \end{aligned} \quad (1.20)$$

### Stima della componente diffusa

La componente diffusa  $G_{dh}$  che incide su una superficie orizzontale ideale  $A_h$ , posta immediatamente al di sopra della superficie ricevente  $A_i$ , può essere valutata utilizzando la relazione proposta da Liu e Jordan

$$G_{dh} = \tau_d \bar{G}_{0h} \quad (1.21)$$

Nella (1.21),  $\bar{G}_{0h}$  è l'irradianza globale che incide su una superficie orizzontale posta fuori dall'atmosfera, già definita dalla (1.11) che viene ripetuta qui per convenienza

$$\bar{G}_{0h} = \bar{G}_0 \cos z$$

mentre

$$\tau_d = 0,271 - 0,16\tau_f \quad (1.22)$$

è la relazione che correla il coefficiente di trasmissione della radiazione diffusa con il, già definito, coefficiente di attenuazione  $\tau_f$ .

Per arrivare alla stima della componente diffusa  $G_{di}$  che arriva alla superficie ricevente, è necessario tener conto del fattore di vista  $F_{hi}$ , ovvero del fattore secondo il quale la superficie orizzontale ideale sovrastante  $A_h$  (in pratica "il cielo"), vede la superficie ricevente sottostante  $A_i$ , istituendo il bilancio

$$G_{di}A_i = G_{dh}A_hF_{hi} \quad (1.23)$$

Poiché, per il principio di reciprocità, risulta:  $A_hF_{hi} = A_iF_{ih}$ , la relazione (1.23) fornisce

$$G_{di} = \frac{G_{dh}A_hF_{hi}}{A_i} = \frac{G_{dh}A_iF_{ih}}{A_i} = G_{dh}F_{ih} \quad (1.24)$$

dove  $F_{ih}$  è la frazione di "cielo" vista dalla superficie ricevente. Tale frazione dipende dall'angolo di inclinazione  $\beta$ , ed è pari a

$$F_{ih} = \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (1.25)$$

Per convincersene, basta fare riferimento alla Fig. 1.11 e constatare che per una superficie orizzontale ( $\beta = 0$ ) si ottiene  $F_{ih} = 1$  (in coerenza con il fatto che i raggi in uscita da  $A_i$  possono raggiungere qualunque punto di  $A_h$ ), mentre per una superficie verticale ( $\beta = 90^\circ$ ) si ottiene  $F_{ih} = 1/2$  (in coerenza con il fatto che i raggi in uscita da  $A_i$  possono raggiungere soltanto la metà di  $A_h$ ).

Complessivamente, sostituendo la (1.25) nell'uguaglianza tra il primo ed il quarto membro della (1.24), si ottiene la relazione

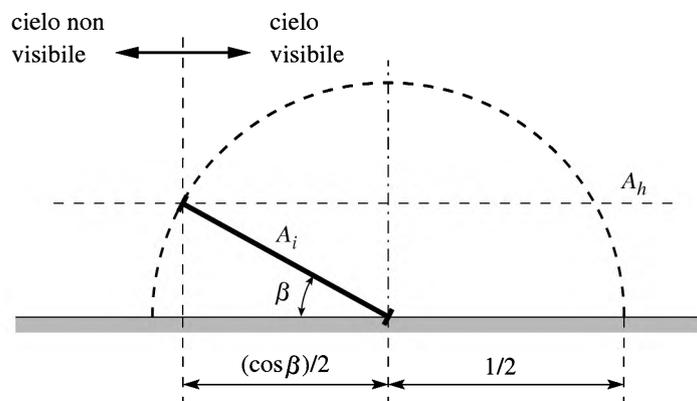
$$G_{di} = G_{dh}F_{ih} = G_{dh} \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (1.26)$$

che sarà utilizzata nel seguito

#### Stima della componente riflessa

La superficie inclinata  $A_i$  riceve anche la componente riflessa dalla superficie orizzontale circostante che, nel caso più frequente, è il suolo. In quest'ultima situazione, bisogna valutare, prima di tutto, le componenti diretta e diffusa in arrivo sul suolo (che, ovviamente, coincidono con le componenti diretta e diffusa in arrivo sulla superficie ideale  $A_h$  prima definita). Con ovvie modifiche, dalla (1.17) si ha

$$G_{fh} = G_f \cos z \quad (1.27)$$



**Figura 1.11:** Fattore di vista  $F_{ih}$  tra la superficie ricevente  $A_i$  ed “il cielo”  $A_h$ .

mentre la componente diffusa  $G_{dh}$  era già stata valutata in precedenza per mezzo della (1.21). Pertanto la radiazione riflessa dal suolo è pari a

$$G_{rs} = \rho_s(G_{fh} + G_{dh}) \quad (1.28)$$

dove  $\rho_s$  è il coefficiente di riflessione del suolo

Per arrivare alla stima della componente riflessa  $G_{ri}$  che incide sulla superficie ricevente  $A_i$ , è necessario tener conto del fattore di vista  $F_{si}$ , ovvero del fattore secondo il quale la superficie del suolo (indicata con  $A_s$  per distinguerla da  $A_h$ ), vede la faccia rivolta verso l'alto della superficie ricevente  $A_i$ , istituendo il bilancio

$$G_{ri}A_i = G_{rs}A_sF_{si} \quad (1.29)$$

Poichè, per il principio di reciprocità, risulta:  $A_sF_{si} = A_iF_{is}$ , la relazione (1.29) fornisce

$$G_{ri} = \frac{G_{rs}A_sF_{si}}{A_i} = \frac{G_{rs}A_iF_{is}}{A_i} = G_{rs}F_{is} \quad (1.30)$$

dove il fattore di vista  $F_{is}$  dipende ancora dall'angolo di inclinazione  $\beta$  della superficie ricevente rispetto al suolo. Questa volta, tuttavia, non occorre procedere alla stima diretta di  $F_{is}$  in quanto, per la ben nota relazione tra i fattori di vista, si ha

$$F_{is} + F_{ih} = 1 \quad (1.31)$$

dal momento che la faccia di  $A_i$  rivolta verso l'alto non “vede” altro che una frazione di  $A_h$  ed una frazione di  $A_s$ . Di conseguenza, dalla (1.25) si ottiene

$$F_{is} = 1 - F_{ih} = 1 - \frac{1 + \cos \beta}{2} = \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (1.32)$$

Per convincersene, basti pensare che una superficie orizzontale non riceve alcuna componente riflessa ed, infatti, per  $\beta = 0$  si ottiene  $F_{ih} = 0$ . Invece, una superficie verticale riceve la componente riflessa dalla metà del suolo ed, infatti, per  $\beta = 90^\circ$  si ottiene  $F_{ih} = 1/2$ .

Complessivamente, sostituendo la (1.32) nell'uguaglianza tra il primo ed il quarto membro della (1.30), si ottiene la relazione

$$G_{ri} = G_{rs}F_{is} = \rho_s(G_{fh} + G_{dh})\frac{1 - \cos\beta}{2} \quad (1.33)$$

che sarà utilizzata nel seguito

#### Irradianza globale e validazione

Sommando le diverse componenti dell'irradianza che arrivano alla superficie  $A_i$ , si ritrova l'irradianza globale  $G_i$ , definita dalla (1.16) che qui viene riportata con notazione più generale

$$G_i = G_{fi} + G_{di} + G_{ri} \quad (1.34)$$

Se, con riferimento alla (1.34), si considera la situazione geometrica utilizzata nel Paragrafo 1.3.2 per la definizione delle distribuzioni spettrali standard, diventa possibile confrontare i risultati della procedura di stima con quelli desunti dalle distribuzioni AM1.5-f ed AM1.5-37°.

**Esempio 1.1** *Con riferimento alla situazione geometrica considerata nel Paragrafo 1.3.2 per la definizione delle distribuzioni spettrali standard, si consideri una superficie rivolta a sud a mezzogiorno solare ed inclinata di  $\beta = 37^\circ$  sull'orizzontale. In tal caso, per  $m = 1,5$  si ottiene  $z = 48,19^\circ$  e, di conseguenza, si ha  $i = z - \beta = 11,19^\circ$ . In armonia con le scelte del Paragrafo 1.3.2, si faccia poi riferimento ad un'atmosfera limpida, al coefficiente di riflessione del suolo  $\rho_s = 0,2$  e ad una localizzazione della superficie al livello del mare ( $H = 0$ ).*

#### Soluzione

Nelle ipotesi poste, e con riferimento alla metodologia di stima descritta in precedenza, si può procedere nella maniera seguente.

#### Stima della componente diretta

Dalle relazioni (1.19) si ottiene

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,424 - 0,0082(6 - H)^2 = 0,424 - 0,0082(6 - 0)^2 = 0,129 \\ a_1 &= 0,5055 + 0,0060(6,5 - H)^2 = 0,5055 + 0,0060(6,5 - 0)^2 = 0,757 \\ a_2 &= 0,271 + 0,019(2,5 - H)^2 = 0,271 + 0,019(2,5 - 0)^2 = 0,387 \end{aligned}$$

mentre dalla (1.18) si ha

$$\tau_f = a_0 + a_1 e^{-a_2 m} = 0,129 + 0,757 e^{-0,387 \cdot 1,5} = 0,553$$

Pertanto, sostituendo nella (1.17) si ricava

$$G_f = \tau_f \bar{G}_0 = 0,553 \cdot 1367 = 755 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

ovvero un valore sottostimato, come è giusto in un'ottica prudentiale, ma molto vicino a  $767 \text{ W/m}^2$  (valore ottenuto integrando numericamente la distribuzione AM1.5-f). Infine, dalla (1.20) si ottiene

$$G_{fi} = G_f \cos i = 755 \cos 11,19^\circ = 741 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

#### Stima della componente diffusa

Dalla (1.22) si ha

$$\tau_d = 0,271 - 0,16 \tau_f = 0,271 - 0,16 \cdot 0,553 = 0,183$$

mentre dalla (1.21) si ottiene

$$G_{dh} = \tau_d \bar{G}_{0h} = \tau_d \bar{G}_0 \cos z = 0,183 \cdot 1367 \cdot \cos 48,19^\circ = 166 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Pertanto, sostituendo nella (1.26) si ricava

$$G_{di} = G_{dh} F_{ih} = G_{dh} \frac{1 + \cos \beta}{2} = 166 \frac{1 + \cos 37^\circ}{2} = 149 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

#### Stima della componente riflessa

Dalla (1.27) si ha

$$G_{fh} = \tau_f \bar{G}_0 \cos z = 0,553 \cdot 1367 \cos 48,19^\circ = 504 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

mentre per la componente diffusa si era già trovato  $G_{dh} = 166 \text{ W/m}^2$ . Pertanto, in base alla (1.28), la radiazione riflessa dal suolo è pari a

$$G_{rs} = \rho_s (G_{fh} + G_{dh}) = 0,2(504 + 166) = 134 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

mentre, in base alla (1.33), la componente riflessa che incide sulla superficie ricevente è pari a

$$G_{ri} = G_{rs} \frac{1 - \cos \beta}{2} = 134 \frac{1 - \cos 37^\circ}{2} = 13 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

**Somma delle componenti**

In base alla (1.34), sommando le diverse componenti dell'irraggiamento al suolo si ricava

$$G_i = G_{fi} + G_{di} + G_{ri} = 741 + 149 + 13 = 903 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

che è un valore abbastanza sottostimato ma ancora compatibile con quello, pari a  $963 \text{ W/m}^2$ , ricavato integrando numericamente la distribuzione AM1.5-37°.

**1.4 LA TERRA ED I SUOI MOVIMENTI**

La Terra ha una forma pressoché sferica con un diametro medio di circa 12.700 km e, come è noto, completa una rivoluzione intorno al Sole in 365,25 giorni circa, ed una rotazione intorno al proprio asse in 24 ore circa.

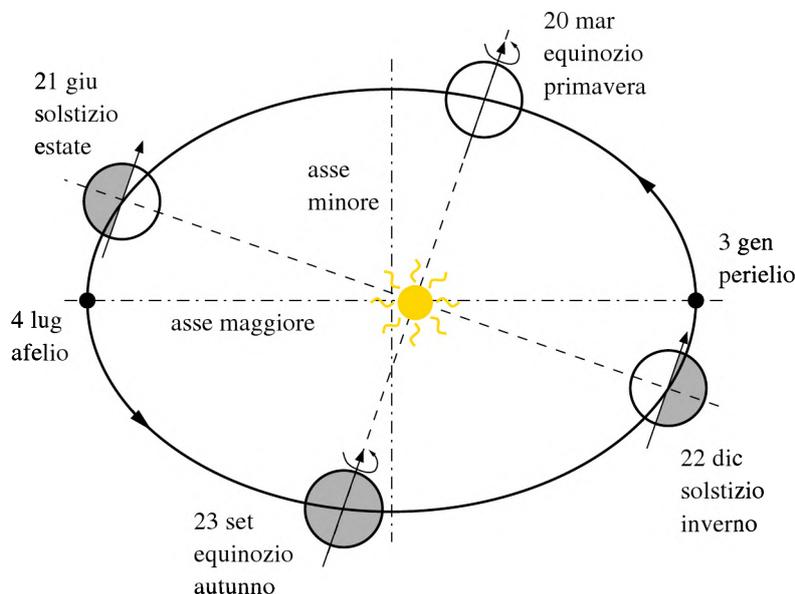
Nella sua orbita annuale, rappresentata in Fig. 1.12, la Terra segue un percorso ellittico con il Sole in uno dei due fuochi. La sua pur modesta eccentricità dell'orbita ( $e \cong 0,0167$  contro  $e = 0$  per un'orbita circolare) è, tuttavia, sufficiente a far variare sensibilmente la distanza  $R$  tra la Terra ed il Sole. Infatti,  $R$  cambia passando dal minimo  $R_{min} = 147,1 \cdot 10^6$  km, al perielio del 3 gennaio, al massimo  $R_{max} = 152,1 \cdot 10^6$  km, all'afelio del 4 luglio, (a fronte di una distanza media  $\bar{R}$  che, in precedenza, era stato detto essere pari a  $149,5 \cdot 10^6$  km).

**1.4.1 Variazioni della costante solare**

Ai fini ingegneristici, si possono trascurare le variazioni della costante solare dovute ai cambiamenti nell'estensione delle "macchie solari". (Le macchie sono zone della superficie solare che appaiono più scure in quanto si trovano ad una temperatura di circa 5.000 K e, quindi, più bassa dei 5.977 K che sono la temperatura media apparente dell'intera superficie solare). Pertanto, nei limiti dell'approssimazione qui accettata, si può ipotizzare che il flusso di energia solare  $q_S$  non cambi nel tempo, e che la costante solare  $G_0$  vari nel corso dell'anno soltanto a causa della variazione della distanza  $R$  tra la Terra ed il Sole. Come si è detto, tale distanza passa dal minimo del 3 gennaio al massimo del 4 luglio, ed in base alla relazione

$$q_S = 4\pi\bar{R}^2\bar{G}_0 = 4\pi R^2 G_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{G_0}{\bar{G}_0} = \left(\frac{\bar{R}}{R}\right)^2 \quad (1.35)$$

si ha che l'energia solare incidente, per unità di tempo, su una superficie unitaria orientata in direzione ortogonale ai raggi solari e posta fuori dell'atmosfera, passa dal massimo al 3 gennaio al minimo il 4 luglio. Poiché le variazioni di  $R$  rispetto



**Figura 1.12:** L'orbita ellittica della Terra intorno al Sole che occupa uno dei due fuochi.

al valor medio  $\bar{R}$  sono dell'ordine del  $\pm 1,6\%$ , le conseguenti variazioni del rapporto  $(G_0 - \bar{G}_0)/\bar{G}_0$  sono dell'ordine del  $\pm 3,3\%$ . Esse sono rappresentabili mediante la relazione approssimata

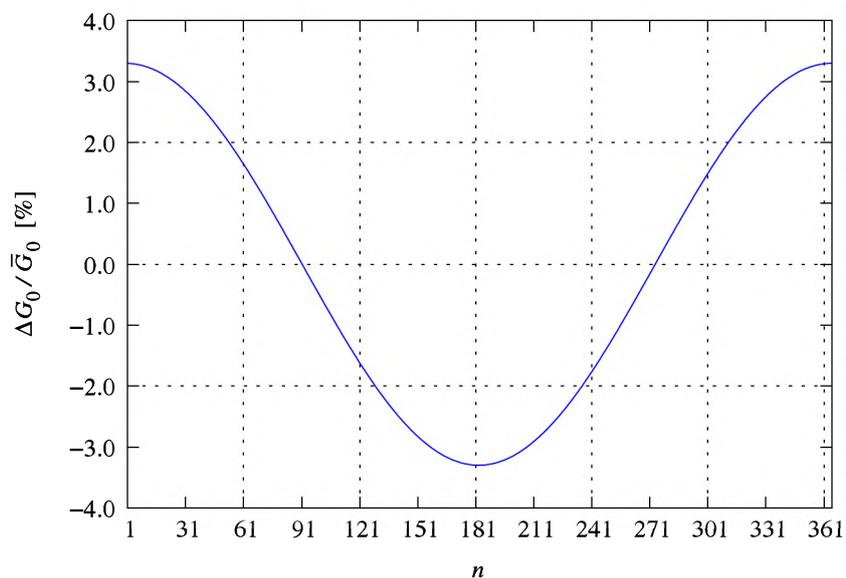
$$\frac{G_0 - \bar{G}_0}{\bar{G}_0} = \frac{\Delta G_0}{\bar{G}_0} = 0,033 \cos\left(360^\circ \frac{n}{365}\right) \quad (1.36)$$

dove l'argomento del coseno è in gradi, ed  $n$  indica l'ennesimo giorno dell'anno convenzionale di 365 giorni. Poi, per ogni giorno  $D$  del mese,  $n$  può essere convenientemente determinato con l'aiuto delle prime due colonne in Tabella 1.2 mentre, diagrammando la (1.36), si ottiene il grafico riportato nella Fig. 1.13, dal quale si evidenziano chiaramente lo scostamento massimo positivo del 3 gennaio al perielio ( $n = 3$ ), e lo scostamento massimo negativo del 4 luglio all'afelio ( $n = 185$ ).

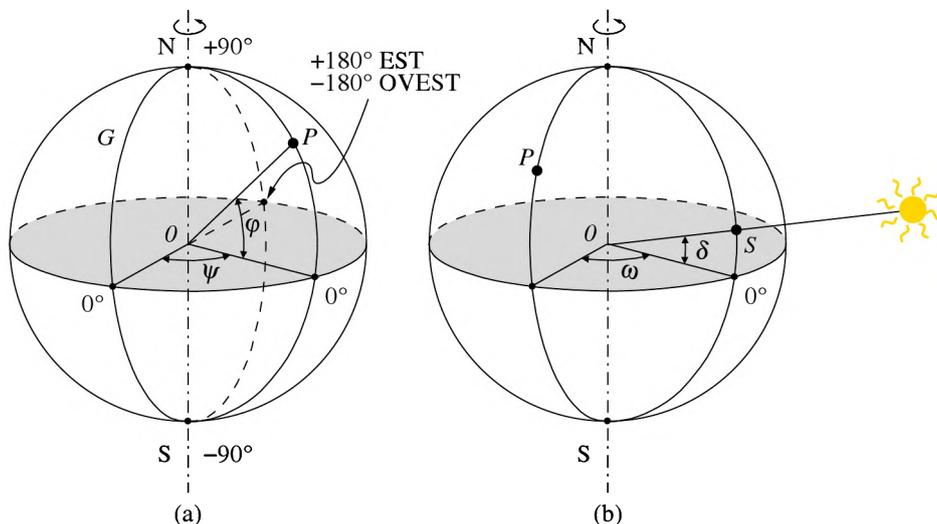
A completamento del paragrafo, si vuole far presente che le procedure di calcolo dell'irraggiamento mensile discusse nel seguito, fanno riferimento al giorno medio  $\bar{D}$  rappresentativo di ciascun mese. Pertanto, la terza, quarta e quinta colonna della Tabella 1.2 riportano anche  $\bar{D}$ , ed i valori corrispondenti di  $\bar{n}$  e  $G_0(\bar{n})$ .

**Tabella 1.2:** Determinazione di  $n$  in funzione del giorno del mese  $D$ , e valori  $\bar{n}$ ,  $G_0(\bar{n})$ ,  $\delta(\bar{n})$  ed  $E(\bar{n})$  associati al giorno medio rappresentativo  $\bar{D}$  di ciascun mese.

Mese	$n$	$\bar{D}$	$\bar{n}$	$G_0(\bar{n})$ [W/m <sup>2</sup> ]	$\delta(\bar{n})$ [°]	$E(\bar{n})$ [min]
Gennaio	$D$	17	17	1.410	-20,92	-9,7
Febbraio	$31 + D$	16	47	1.398	-12,95	-14,5
Marzo	$59 + D$	16	75	1.379	-2,42	-9,5
Aprile	$90 + D$	15	105	1.356	9,41	-0,2
Maggio	$120 + D$	15	135	1.336	18,79	4,2
Giugno	$151 + D$	11	162	1.325	23,09	1,2
Luglio	$181 + D$	17	198	1.323	21,18	-5,6
Agosto	$212 + D$	16	228	1.335	13,45	-4,4
Settembre	$243 + D$	15	258	1.355	2,22	4,7
Ottobre	$273 + D$	15	288	1.378	-9,60	14,3
Novembre	$304 + D$	14	318	1.398	-18,91	15,0
Dicembre	$334 + D$	10	344	1.409	-23,05	6,7



**Figura 1.13:** Variazione percentuale del rapporto  $(G_0 - \bar{G}_0)/\bar{G}_0$  nel corso dell'anno.



**Figura 1.14:** Esempi di coordinate equatoriali: (a) latitudine  $\varphi$  e longitudine  $\psi$  e (b) declinazione  $\delta$  ed angolo orario  $\omega$ .

## 1.5 LE COORDINATE EQUATORIALI

La posizione del Sole, rispetto ad un punto  $P$  sulla superficie terrestre, può essere vantaggiosamente identificata attraverso un sistema di coordinate astronomiche equatoriali. Tale sistema è, in realtà, una rivisitazione del sistema utilizzato per identificare la posizione delle varie località sulla superficie terrestre. Ogni punto  $P$  della superficie terrestre è, infatti, identificato mediante una coppia di coordinate angolari definite come nella Fig. 1.14 (a), dove:

- la latitudine  $\varphi$  è la distanza angolare di  $P$  dall'equatore misurata lungo il meridiano passante per  $P$  (variabile da  $0^\circ$  all'equatore stesso a  $90^\circ$  al polo nord e  $-90^\circ$  al polo sud), e
- la longitudine  $\psi$  è la distanza angolare, misurata lungo l'equatore, del meridiano passante per  $P$  dal meridiano di Greenwich  $G$  (variabile da  $0^\circ$  al meridiano di Greenwich a  $180^\circ$  est, ovvero  $-180^\circ$  ovest, in corrispondenza al meridiano del cambiamento di data passante per il punto antipodale di Greenwich).

In base alla definizione, la latitudine e la longitudine possono essere considerate coordinate "equatoriali". Esse, infatti, sono riferite esclusivamente al piano equato-

riale ed all'asse terrestre che, come è noto, interseca ortogonalmente il piano equatoriale nel punto  $O$  (centro del cerchio equatoriale e della Terra stessa). Il sistema d'identificazione di un punto  $P$  sulla superficie terrestre, basato sulle coordinate equatoriali, è talmente semplice e di uso universale che è sembrato conveniente estenderlo all'astronomia per descrivere la posizione dei corpi celesti. L'estensione è intuitiva e, nel caso del Sole, viene implementata come in Fig. 1.14 (b), tracciando la congiungente i centri del Sole e della Terra. In questo modo si trova il punto d'intersezione  $S$  sulla superficie terrestre ed, in tale contesto:

- la declinazione  $\delta$ , omologa della latitudine, viene definita come la distanza angolare di  $S$  dall'equatore misurata lungo il meridiano passante per  $S$ , assunta positiva nell'emisfero nord e negativa nell'emisfero sud, mentre
- l'angolo orario  $\omega$ , omologo della longitudine, viene definito come la differenza tra la longitudine (fissa) del punto  $P$  e la longitudine (variabile) del punto  $S$ , ovvero

$$\omega = \psi_P - \psi_S \quad (1.37)$$

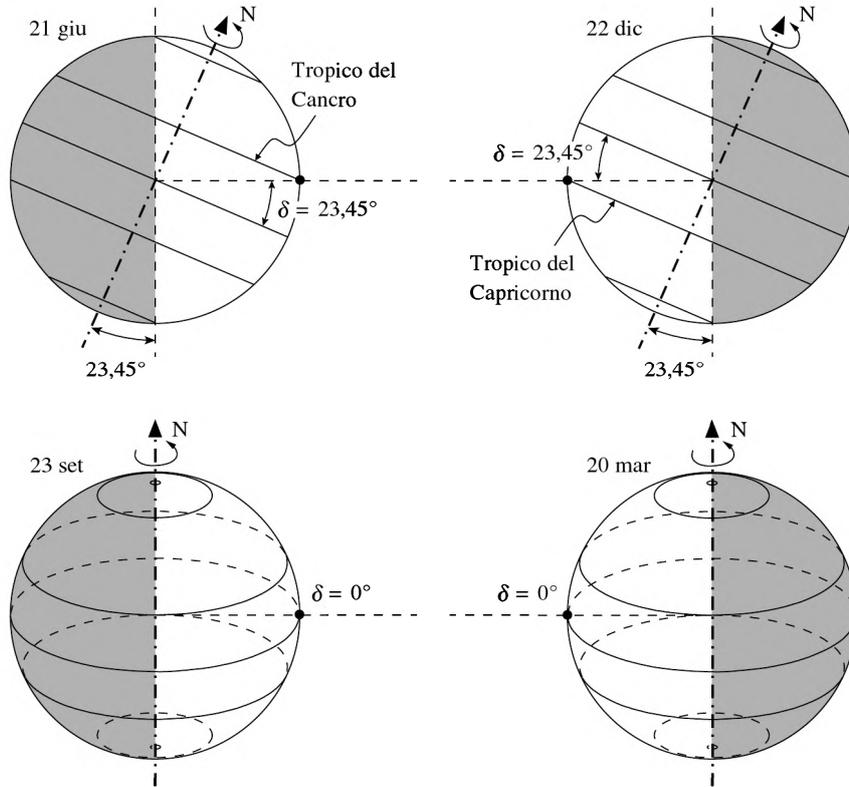
e, di conseguenza,  $\omega$  risulta uguale a zero al mezzogiorno solare ( $S$  e  $P$  sullo stesso meridiano), negativo il mattino ( $S$  ad est di  $P$ ), e positivo il pomeriggio ( $S$  ad ovest di  $P$ ).

Può essere interessante notare che, in base alle definizioni

- la declinazione  $\delta$ , in quanto angolo formato dalla congiungente i centri della Terra e del Sole con il piano equatoriale, è la stessa per tutti i punti della superficie terrestre, mentre
- l'angolo orario  $\omega$  è lo stesso per tutte le località che si trovano sullo stesso meridiano.

### 1.5.1 Andamento nel tempo della declinazione solare

Durante il movimento di rivoluzione, rappresentato nella Fig. 1.12, l'asse terrestre è costantemente orientato verso la Stella Polare e, di conseguenza, risulta inclinato di un angolo pari a  $23,45^\circ$  rispetto al piano dell'orbita. Questa inclinazione è responsabile della variazione, nel corso dell'anno, della declinazione solare e, di conseguenza, anche della variazione del numero di ore di luce giornaliera e del succedersi delle stagioni. In particolare, dalla Fig. 1.15 si evince che



**Figura 1.15:** Valori della declinazione  $\delta$  durante i solstizi d'estate e inverno, e durante gli equinozi di autunno e di primavera.

- a mezzogiorno solare del solstizio d'estate, l'angolo di declinazione  $\delta$  è pari a  $23,45^\circ$  e, quindi, al Tropic del Cancro l'angolo di zenit è pari a zero mentre, nel corso della giornata, tutti i punti di latitudine superiore a  $66,55^\circ$  hanno 24 ore di luce e quelli di latitudine inferiore a  $-66,55^\circ$  hanno 24 ore di buio;
- a mezzogiorno solare del solstizio d'inverno, l'angolo di declinazione  $\delta$  è pari a  $-23,45^\circ$  e, quindi, al Tropic del Capricorno l'angolo di zenit è pari a zero mentre, nel corso della giornata, tutti i punti di latitudine inferiore a  $-66,55^\circ$  hanno 24 ore di luce e quelli di latitudine superiore a  $66,55^\circ$  hanno 24 ore di buio;

Inoltre, dalla Fig. 1.15, si ha che:

- a mezzogiorno solare dei due equinozi l'angolo di declinazione  $\delta$  è pari a zero (in quanto la congiungente i centri della Terra e del Sole passa per il piano dell'equatore) e, quindi, l'angolo di zenit è pari a zero all'Equatore mentre, nel corso delle due giornate, si hanno 12 ore di luce e 12 ore di buio su tutta la superficie terrestre;
- in entrambi gli schemi relativi agli equinozi, il nord dell'asse polare è inclinato di  $23,45^\circ$  verso l'esterno del foglio mentre il moto di rivoluzione della Terra è diretto fuori dal foglio all'equinozio di autunno e dentro il foglio all'equinozio di primavera.

Nel corso dell'anno, invece, le variazioni nella declinazione sono rappresentabili mediante la relazione approssimata

$$\delta = 23,45 \operatorname{sen} \left( 360^\circ \frac{284 + n}{365} \right) \quad (1.38)$$

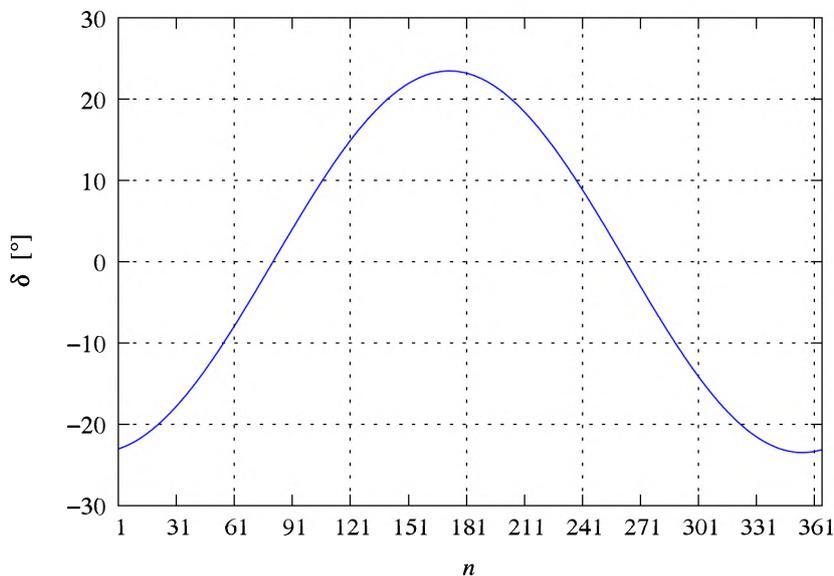
dove l'argomento del seno è in gradi ed  $n$  indica l'ennesimo giorno dell'anno convenzionale. Il grafico ottenuto diagrammando la (1.38) è riportato nella Fig. 1.16, mentre i valori degli angoli di declinazione  $\bar{\delta}$ , associati ai giorni medi rappresentativi di ciascun mese  $\bar{n}$ , sono riportati nella sesta colonna della Tabella 1.2. Dal grafico si evince che, in armonia con le precedenti considerazioni, i valori  $\delta = 0^\circ$  si hanno agli equinozi ( $n = 79$  ed  $n = 266$ ), mentre il valore massimo  $\delta = 23,45^\circ$  si ha al solstizio d'estate ( $n = 172$ ), ed il valore minimo  $\delta = -23,45^\circ$  al solstizio d'inverno ( $n = 356$ ).

### 1.5.2 Andamento nel tempo dell'angolo orario

Durante un movimento di rotazione completa della Terra intorno al proprio asse, l'angolo orario varia di  $360^\circ$ . Pertanto, nel giorno solare "medio" di 24 ore esatte (ovvero di 86.400 secondi), l'angolo orario cambia di  $(360/24 =) 15^\circ$  ogni ora o, se si vuole, la differenza temporale che corrisponde alla differenza di  $1^\circ$  di longitudine è pari  $[(24 \cdot 60)/360] = 4$  minuti.

D'altra parte, va tenuto presente che la misura del tempo di rotazione basata sul giorno solare "medio" (e, quindi, effettuata con gli orologi), differisce dalla valutazione basata sul movimento apparente del Sole. Il giorno solare "vero", corrispondente all'intervallo tra due passaggi successivi del Sole sul meridiano del luogo, non ha, infatti, durata costante nel corso dell'anno a causa della non perfetta uniformità del moto di rotazione della Terra intorno al proprio asse.

Nelle applicazioni dell'ingegneria solare interessa il tempo solare vero  $\vartheta_S$  e, di conseguenza, occorre esprimere  $\vartheta_S$  in funzione del tempo solare medio  $\bar{\vartheta}$ , misurato



**Figura 1.16:** Variazione dell'angolo di declinazione  $\delta$  nel corso dell'anno.

con gli orologi e depurato dell'eventuale correzione per l'ora legale. La relazione che consente questo passaggio è

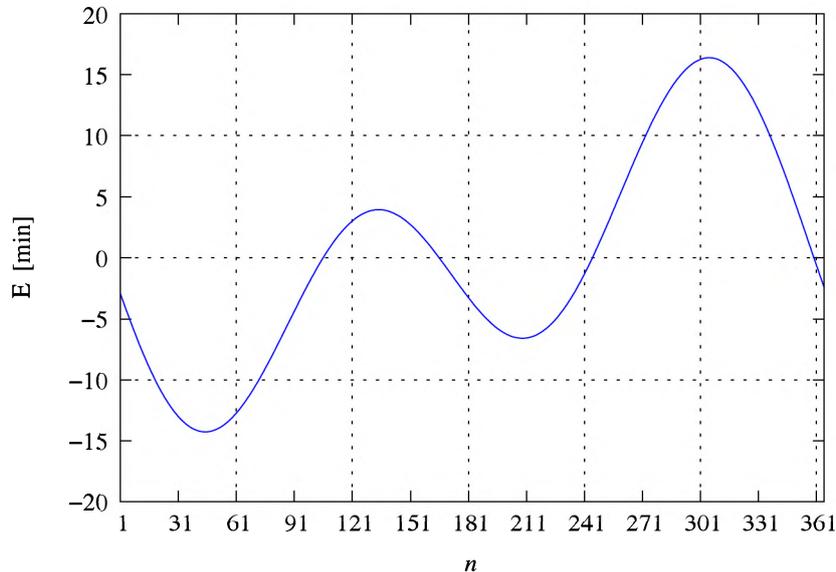
$$\vartheta_S - \bar{\vartheta} = 4(\psi_P - \psi_{rif}) + E \quad (1.39)$$

dove la differenza temporale è espressa in minuti, "4" è il fattore di conversione espresso in minuti per grado, le longitudini  $\psi_P$  ed  $\psi_{rif}$  sono espresse in gradi e contraddistinguono, rispettivamente, il meridiano dell'osservatore ed il meridiano su cui è centrato il fuso orario locale (per l'Italia e l'Europa Centrale:  $\psi_{rif} = 15^\circ$ ). L'ulteriore correzione temporale  $E$ , espressa in minuti, tiene conto dell'accumulo di anticipi e ritardi dovuti alla già citata disuniformità del moto della Terra. Tale correzione può essere stimata, con ottima accuratezza, scrivendo

$$E = 229,2[0,000075 + 0,001868 \cos B - 0,032077 \sin B - 0,014615 \cos(2B) - 0,04089 \sin(2B)] \quad (1.40)$$

dove  $B$ , espresso in gradi, è definito dalla

$$B = 360^\circ \frac{n - 1}{365} \quad (1.41)$$



**Figura 1.17:** Equazione del tempo con la correzione da apportare nel corso dell'anno.

ed  $n$  indica l'ennesimo giorno dell'anno convenzionale. Il grafico ottenuto diagrammando la (1.40) è riportato nella Fig. 1.17, mentre i valori di correzione  $\bar{E}$ , associati ai giorni medi rappresentativi di ciascun mese sono riportati nella settima colonna della Tabella 1.2. Come si vede, la correzione globale  $E$  accumula ritardi e anticipi dell'ordine dei minuti nel corso dell'anno, anche se l'ordine di grandezza per la non uniformità del moto di rotazione della Terra è soltanto di pochi secondi al giorno.

Una volta calcolato il tempo solare vero  $\vartheta_S$ , l'angolo orario  $\omega$  viene determinato ricordando che esso varia di  $15^\circ$  per ora, è uguale a zero a mezzogiorno solare, è negativo il mattino e positivo il pomeriggio. Pertanto, si usa la relazione

$$\omega = 15 (\vartheta_S - 12) \quad (1.42)$$

dove  $\vartheta_S$  è espresso in ore, mentre  $\omega$  ed il coefficiente moltiplicativo della parentesi sono espressi in gradi.

**Esempio 1.2** Con riferimento ad Ajello del Friuli, il Paese delle Meridiane, ed alle 13:00 misurate dagli orologi il 5 agosto, si determinino l'ora solare vera segnata dalle meridiane ed il conseguente angolo orario.

**Soluzione**

Se il 5 agosto gli orologi segnano le 13:00 come ora legale, vuol dire che l'ora solare media è pari a

$$\bar{\vartheta} = 13:00 - 1:00 = 12:00$$

Per quanto riguarda le longitudini, quella di Ajello è pari a:  $\psi_P = 13^\circ$ , mentre quella del meridiano su cui è centrato il fuso orario italiano è pari a:  $\psi_{rif} = 15^\circ$ . Inoltre, al 5 agosto si ha  $n = 212$  e, di conseguenza, dalle (1.39) e (1.41) o dalla Fig. 1.17, si ha  $E = -6$  minuti. Pertanto, complessivamente, risulta

$$\begin{aligned}\vartheta_S - \bar{\vartheta} &= 4(\psi_P - \psi_{rif}) + E = 4(13 - 15) - 6 = -14 \text{ min} \\ \Rightarrow \vartheta_S &= 11:46\end{aligned}$$

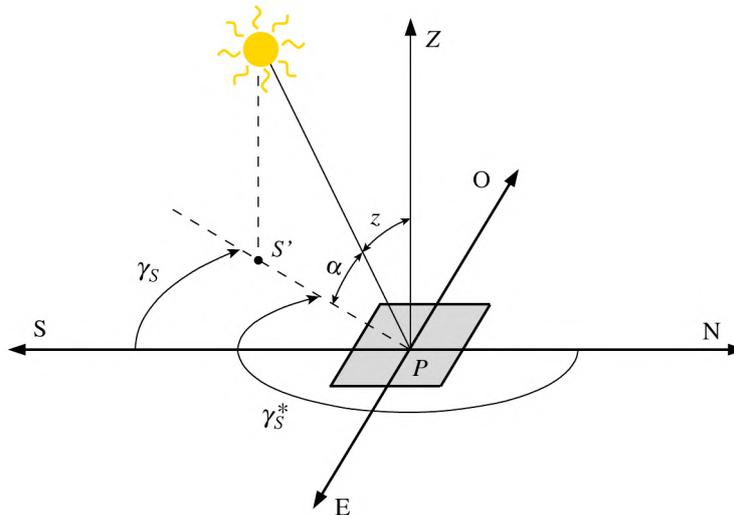
dove  $\vartheta_S$  è l'ora segnata dalle meridiane. Di conseguenza, l'angolo orario in quel momento è pari a

$$\omega = 15(\vartheta_S - 12) = 15 \cdot (-14) = -210' = -3,5^\circ$$

e risulta negativo in quanto il mezzogiorno solare deve ancora venire.

**1.6 LE COORDINATE TERRESTRI**

In precedenza si era osservato come l'irradianza di una superficie ricevente dipendesse dal coseno dell'angolo di incidenza  $i$ , ovvero dal coseno dell'angolo che, in un ben preciso istante, la direzione dei raggi solari forma con la normale  $n$  alla superficie stessa. Sinora, tuttavia, non ci era preoccupati di determinare le variazioni di  $\cos i$  nel tempo a seguito dei movimenti di rotazione e rivoluzione della Terra rispetto al Sole. In questa sezione si colmerà tale lacuna definendo ed utilizzando un sistema di coordinate orizzontali terrestri. Nell'ingegneria solare, infatti, si fa riferimento alle coordinate astronomiche equatoriali, ma si preferisce calcolare gli angoli caratteristici utilizzando un sistema di coordinate terrestri (che, essendo centrate su una superficie al suolo contenente la località  $P$  dell'osservatore, vengono dette anche "coordinate orizzontali"). Le coordinate terrestri sono più facili da visualizzare e risultano di uso più intuitivo delle coordinate astronomiche equatoriali avendo, ad esempio, il grande vantaggio di descrivere "il moto del Sole come è visto da un osservatore sulla superficie terrestre". Nelle fasi di calcolo, quindi, occorre effettuare una trasformazione di coordinate per esprimere le coordinate terrestri in funzione delle coordinate equatoriali astronomiche. Per tale ragione, gli angoli espressi in coordinate terrestri vengono chiamati "angoli derivati" (intendendo, ovviamente, derivati dagli "angoli primitivi" espressi in coordinate astronomiche equatoriali).



**Figura 1.18:** La posizione del Sole in coordinate terrestri: altezza  $\alpha$  ed angoli di azimut solare  $\gamma_S$  riferito alla direzione sud, e  $\gamma_S^*$  riferito alla direzione nord. Nella figura sono evidenziati anche l'angolo di zenit  $z$  e la direzione verticale  $Z$ .

### 1.6.1 La posizione del Sole

La posizione del Sole in un sistema di coordinate terrestri viene definita procedendo come in Fig. 1.18, dove si fa riferimento alla congiungente il centro del Sole con la località  $P$  dell'osservatore (ovvero alla direzione di un raggio solare passante per  $P$ ), ed alla proiezione ortogonale  $S'P$  del raggio sul piano orizzontale di  $P$  stesso. La posizione del Sole viene così individuata da

- altezza  $\alpha$ , che è l'angolo complementare dell'angolo di zenit  $z$ , essendo

$$\alpha + z = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - z \quad (1.43)$$

- azimut solare  $\gamma_S$ , che è l'angolo formato dal segmento  $S'P$  con la direzione sud, preso positivo verso ovest e negativo verso est.

Si noti, tuttavia, che l'azimut solare viene spesso riferito alla direzione nord (angolo  $\gamma_S^*$  in Fig. 1.18). Pertanto, è necessario accertarsi della definizione adottata prima di utilizzare qualunque relazione trigonometrica di letteratura che coinvolga  $\gamma_S$ . Si ha infatti:

$$\gamma_S^* = \gamma_S + 180^\circ \Rightarrow \cos \gamma_S^* = -\cos \gamma_S \Rightarrow \sin \gamma_S^* = -\sin \gamma_S \quad (1.44)$$

e, di conseguenza, vi sono variazioni di segno che possono facilmente condurre ad errori materiali.

Nelle procedure di calcolo, come si è detto, le coordinate terrestri del Sole vengono espresse in funzione delle coordinate astronomiche equatoriali. A tal fine, si può partire dalla constatazione che la posizione del Sole, ad una certa latitudine, dipende dal giorno dell'anno e dall'ora del giorno. A loro volta, quindi, le coordinate terrestri  $\alpha$  e  $\gamma_S$  dipenderanno, oltre che dalla latitudine  $\varphi$ , anche dalla declinazione  $\delta$ , che è la coordinata equatoriale caratteristica del giorno, e dall'angolo orario  $\omega$ , che è la coordinata equatoriale caratteristica dell'ora. In armonia con queste considerazioni, le formule di trasformazione che esprimono le coordinate terrestri in funzione delle coordinate astronomiche equatoriali sono

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } \delta \text{ sen } \varphi + \cos \delta \cos \omega \cos \varphi \quad (1.45)$$

$$\cos \gamma_S = \frac{\cos \delta \cos \omega \text{ sen } \varphi - \text{sen } \delta \cos \varphi}{\cos \alpha} \quad (1.46)$$

$$\text{sen } \gamma_S = \frac{\cos \delta \text{ sen } \omega}{\cos \alpha} \quad (1.47)$$

Tali trasformazioni vengono ricavate nell'ambito della trigonometria sferica e dimostrarle non rientra tra gli scopi che qui ci si propone. Piuttosto interessa notare che l'altezza  $\alpha$  viene sempre calcolata mediante l'Eq. (1.45), mentre l'angolo azimutale  $\gamma_S$  viene calcolato utilizzando entrambe le relazioni (1.46) e (1.47). È vero, infatti, che  $\gamma_S$  può venir calcolato impiegando, indifferentemente, la (1.46) o la (1.47), o anche l'equazione ottenuta dividendole membro a membro, ma in tal modo si valutano il seno, il coseno o la tangente dell'angolo  $\gamma_S$  senza eliminare l'incertezza relativa al quadrante di appartenenza dell'angolo. Una volta noti coseno e seno, invece, è possibile determinare il valore di qualunque angolo, misurato a partire dalla direzione sud, nell'intervallo:  $-180^\circ \leq \gamma_S \leq 180^\circ$ . Un modo semplice è l'utilizzo della funzione arcotangente a due argomenti (arctan2) che, ad esempio, in Excel ha per sintassi in entrata:

$$\frac{180}{\pi} \text{ARCTAN.2}(\cos \gamma_S; \text{sen } \gamma_S)$$

mentre, in uscita, restituisce, appunto, il valore di  $\gamma_S$  nell'intervallo:  $-180^\circ \leq \gamma_S \leq 180^\circ$ .

**Esempio 1.3** Si abbia  $\cos \gamma_S = -0,2$  e  $\text{sen } \gamma_S = 0,98$  e si determinino  $\gamma_S$  ed il quadrante a cui  $\gamma_S$  appartiene.

#### Soluzione

Si verifichi, innanzi tutto, la congruenza dei dati di ingresso mediante la

$$(\cos \gamma_S)^2 + (\text{sen } \gamma_S)^2 = 0,2^2 + 0,98^2 \cong 1$$

e, successivamente, si calcoli

$$\frac{180}{\pi} \text{ARCTAN.2}(\cos \gamma_S; \sin \gamma_S) = \frac{180}{\pi} \text{ARCTAN.2}(-0,2; 0,98) = 101,5^\circ$$

A questo punto si conclude che l'angolo  $\gamma_S$ , che è misurato da sud in senso orario, è pari a  $101,5^\circ$ .

### 1.6.2 Il percorso del Sole

I capisaldi nel percorso seguito dal Sole durante la giornata sono: alba, culminazione e tramonto. La culminazione è il punto di altezza massima che si raggiunge a mezzogiorno solare, quando risulta  $\omega = 0$  e  $\cos \omega = 1$ . Pertanto, sostituendo i valori precedenti nella (1.45) e facendo riferimento all'emisfero nord, si ottiene

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{max} &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \\ &= \cos(\varphi - \delta) = \sin(90^\circ - \varphi + \delta) \Rightarrow \alpha_{max} = (90^\circ - \varphi) + \delta \end{aligned} \quad (1.48)$$

Come conseguenza si ha che

- agli equinozi (con  $\delta = 0^\circ$ ) risulta  $\alpha_{max} = 90^\circ - \varphi$ ,
- al solstizio d'estate (con  $\delta = 23,45^\circ$ ) risulta  $\alpha_{max} = (90^\circ - \varphi) + 23,45^\circ$ ,
- al solstizio d'inverno (con  $\delta = -23,45^\circ$ ) risulta  $\alpha_{max} = (90^\circ - \varphi) - 23,45^\circ$ .

Gli angoli orari all'alba ed al tramonto hanno lo stesso valore assoluto  $|\omega_{at}|$  ma, evidentemente, risultano di segno opposto: negativo all'alba  $-|\omega_{at}|$  e positivo al tramonto  $|\omega_{at}|$ . Per trovare  $|\omega_{at}|$ , basta assumere  $\alpha = 0$  e scrivere la (1.45) nella forma

$$\begin{aligned} \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \omega_{at} \cos \varphi &= 0 \\ \Rightarrow \cos \omega_{at} &= -\frac{\sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi} = -\text{tg } \delta \text{tg } \varphi \end{aligned} \quad (1.49)$$

Anche in questo caso è necessario risolvere una potenziale ambiguità relativa al quadrante al quale appartiene l'angolo. In pratica, tuttavia, non sussistono difficoltà in quanto, nell'emisfero nord, le ore di Sole sono più di 12 dal 21 marzo al 22 settembre, e meno di 12 dal 24 settembre al 19 marzo. Di conseguenza, si avrà:  $|\omega_{at}| > 90^\circ$  dal 21 marzo al 22 settembre, e  $|\omega_{at}| < 90^\circ$  dal 24 settembre al 19 marzo. Infatti, il numero  $M$  delle ore giornaliere di luce, stimato sulla base di  $|\omega_{at}|$  misurato in gradi, è pari a

$$M = 2 \frac{|\omega_{at}|}{15} \quad (1.50)$$

dove il fattore di conversione è pari a 15 ( $= 360/24$ ) gradi/ora in quanto, come si è rilevato più volte, una rotazione di  $360^\circ$  della Terra intorno al proprio asse corrisponde al giorno solare medio di 24 ore.

Applicando la relazione (1.49) all'equatore, dove si ha  $\varphi = 0$ , si ottiene  $\cos \omega_{at} = 0$ , ovvero  $|\omega_{at}| = 90^\circ$  e, dalla (1.50), si ricava  $M \equiv 12$  in tutti i giorni dell'anno. Per tutte le altre località, invece, si ha  $\varphi \neq 0$  e, quindi, risulta:  $\cos \omega_{at} = 0$  solo con  $\delta = 0$ , ovvero agli equinozi. Infine, va notato che per  $|\varphi| \geq 66,55^\circ$  si può avere  $|\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi| \geq 1$  e, di conseguenza, l'Eq. (1.49) può non avere soluzioni. Nell'emisfero nord, infatti, nei giorni (estivi) in cui risulta  $\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi > 1$  si hanno 24 ore di luce, mentre nei giorni (invernali) in cui risulta  $\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi < -1$  si hanno 24 ore di oscurità.

Per tracciare il percorso apparente del Sole nell'intero arco della giornata, conviene interpretare le Eq. (1.45)-(1.47) come equazioni parametriche nell'angolo orario  $\omega$  che, a sua volta, varia da  $-|\omega_{at}|$  a  $|\omega_{at}|$ . In questo modo si ottengono diversi tipi di diagrammi solari. I più diffusi sono:

- i diagrammi cartesiani con  $\gamma_S$  in ascissa ed  $\alpha$  in ordinata e
- i diagrammi polari nei quali i cerchi concentrici sono linee ad altezza  $\alpha$  costante mentre i raggi identificano le linee ad azimut  $\gamma_S$  costante.

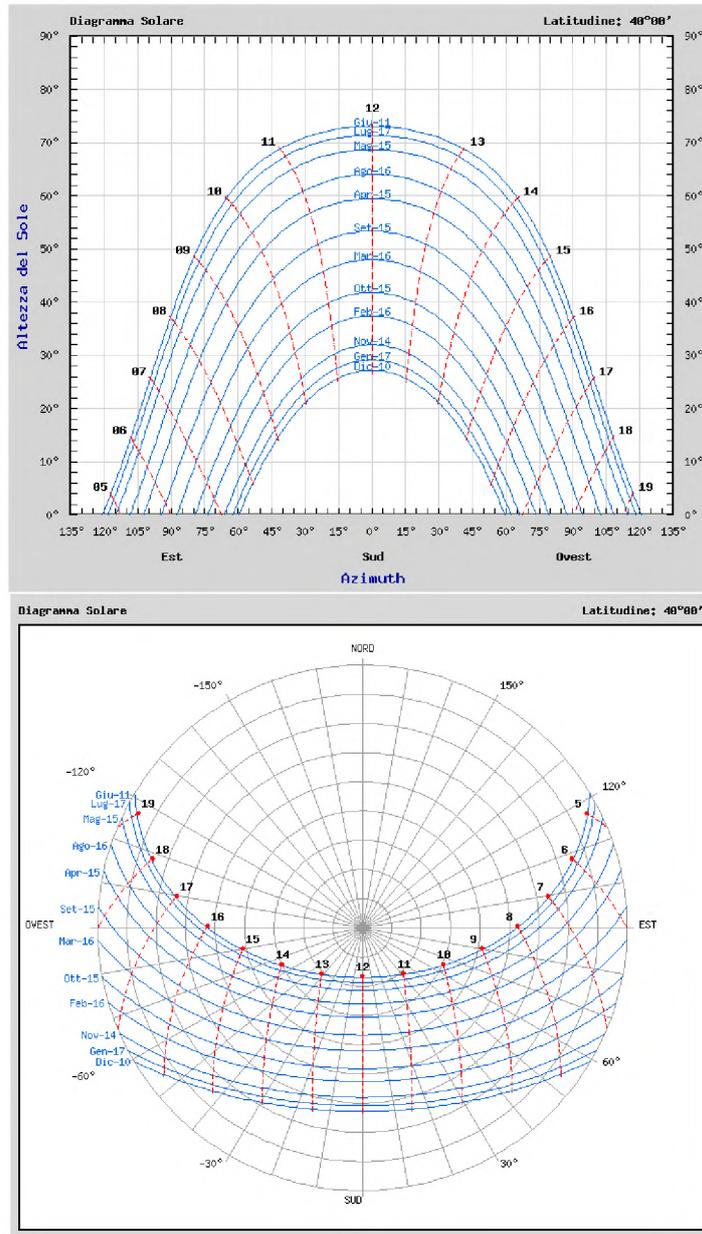
Su entrambi i tipi di diagrammi, comunque, si usa riportare, per completezza, anche l'ora, indicata con una serie di numeri compresi tra 0 e 24.

Utilizzando un foglio elettronico è possibile tracciare sia i diagrammi polari sia i diagrammi cartesiani per qualunque giorno dell'anno e qualunque latitudine. In alternativa si possono utilizzare dei software gratuiti, facilmente reperibili in rete, che consentono di arrivare ai diagrammi stessi con grande facilità ed ottima accuratezza. Un'applicazione di questi software è illustrata nell'esempio che segue.

**Esempio 1.4** Avvalendosi del software "ENEA - Tabelle e diagrammi solari" disponibile gratuitamente in rete, si traccino, con riferimento alla latitudine media italiana:  $\varphi = 40^\circ$ , i diagrammi dei percorsi del sole durante i giorni nei quali la declinazione coincide con la declinazione media mensile. Si utilizzino sia le coordinate cartesiane sia le coordinate polari.

#### Soluzione

Per la latitudine  $\varphi = 40^\circ$  si ottengono i diagrammi di Fig. 1.19: in coordinate cartesiane (sopra), ed in coordinate polari (sotto).



**Figura 1.19:** Percorsi del Sole alla latitudine di 40° tracciati dal software ENEA per i giorni nei quali la declinazione coincide con la declinazione media mensile. Sopra: in coordinate cartesiane con azimut solare in ascisse ed altezza in ordinate. Sotto: in coordinate polari dove i cerchi concentrici sono linee ad altezza costante ed i raggi sono linee ad azimut solare costante.

**Esempio 1.5** *Trascurando gli effetti di rifrazione atmosferica all'alba ed al tramonto, si determini il numero delle ore di luce in un anno di 365 giorni.*

### Soluzione

Da schematizzazioni del tipo di quella riportata nella Fig. 1.15, si intuisce l'esistenza di una simmetria tra le situazioni estiva ed invernale. Ogni giornata del periodo estivo, infatti, viene compensata da una giornata simmetrica del periodo invernale. Dal punto di vista del calcolo delle ore totali di luce, quindi, tutto accade come se l'anno intero fosse una successione di equinozi. Poiché dalla Fig. 1.15 si ha che agli equinozi vi sono 12 ore di luce e 12 ore di buio, si deduce che il numero totale delle ore di luce in un anno è pari a  $12 \cdot 365 = 4.380$  in tutte le località della Terra.

### 1.6.3 Espressioni dell'angolo di incidenza

Come si ricorderà, viene definito angolo di incidenza  $i$  l'angolo formato dai raggi solari con la normale  $n$  alla superficie ricevente. Se la superficie ricevente è orizzontale l'angolo di incidenza coincide con l'angolo di zenit  $z$  che, in base alla definizione (1.43), è l'angolo complementare dell'altezza solare  $\alpha$ . Pertanto, dalla Fig. 1.18 e dalle Eq. (1.45) e (1.43) si ottiene immediatamente l'espressione del coseno dell'angolo di incidenza per una superficie orizzontale

$$\cos i \equiv \cos z = \sin \alpha = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega \quad (1.51)$$

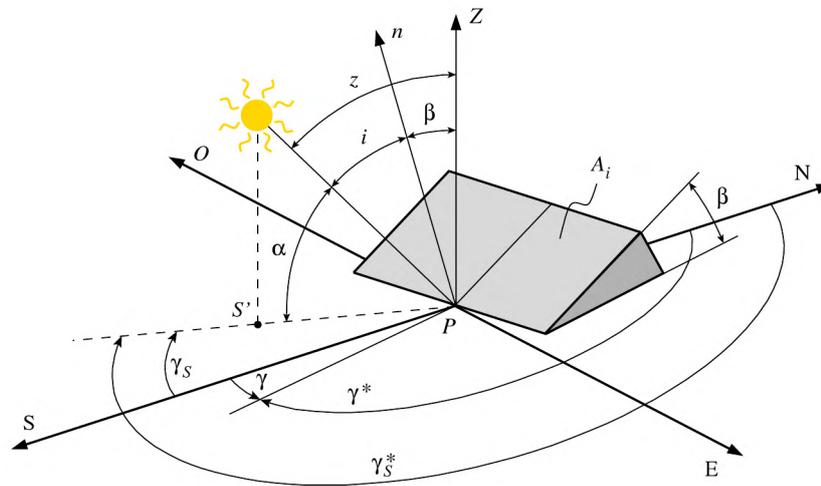
in funzione della latitudine  $\varphi$  della località, e degli angoli di declinazione solare  $\delta$  ed orario  $\omega$ , che variano nel tempo con leggi facilmente esprimibili in forma esplicita.

Nel caso di una superficie ricevente  $A_i$ , comunque inclinata ed orientata, occorre anche tener conto delle coordinate terrestri che descrivono la posizione della superficie stessa. A tal fine, con riferimento alla Fig. 1.20, si identificano

- l'angolo di inclinazione  $\beta$  della superficie rispetto al piano orizzontale, coincidente con l'angolo tra la verticale al suolo  $Z$  e la normale  $n$  ad  $A_i$ ;
- l'angolo di azimut  $\gamma$  della superficie, che è l'angolo formato, con la direzione sud, dalla proiezione al suolo della normale  $n$  ad  $A_i$  preso positivo verso ovest e negativo verso est.

Si noti, tuttavia, che l'azimut della superficie ricevente viene spesso riferito alla direzione nord (angolo  $\gamma^*$  in Fig. 1.20). Pertanto, anche in questo caso, è necessario accertarsi della definizione adottata prima di utilizzare qualunque relazione trigonometrica di letteratura che coinvolga  $\gamma$ . Si ha infatti:

$$\gamma^* = \gamma + 180^\circ \Rightarrow \cos \gamma^* = -\cos \gamma \quad (1.52)$$



**Figura 1.20:** Posizione del Sole in coordinate terrestri rispetto ad una superficie ricevente inclinata  $A_i$ : angolo di inclinazione  $i$  dei raggi solari rispetto alla normale  $n$  alla superficie, angolo di inclinazione  $\beta$  della superficie rispetto all'orizzontale, angoli di azimut  $\gamma$  e  $\gamma_S$  della superficie e del Sole (riferiti alla direzione sud), e  $\gamma^*$  e  $\gamma_S^*$  riferiti alla direzione nord.

e, di conseguenza, vi sono variazioni di segno che possono facilmente condurre ad errori materiali.

Ciò premesso, in base a considerazioni di trigonometria sferica che qui non interessa riportare, per una superficie comunque inclinata ed orientata il coseno dell'angolo di incidenza  $i$  può venire determinato utilizzando due relazioni diverse. Nella generalizzazione della (1.51), che è la relazione più citata in letteratura, oltre alla latitudine  $\varphi$ , alla declinazione solare  $\delta$  ed all'angolo orario  $\omega$ , si utilizzano gli angoli caratteristici della posizione della superficie: l'inclinazione  $\beta$  e l'azimut  $\gamma$ . Si ottiene così l'espressione

$$\begin{aligned} \cos i &= [\sin \delta (\sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta \cos \gamma)] \\ &+ [\cos \delta (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta \cos \gamma)] \cos \omega \\ &+ [\cos \delta (\sin \beta \sin \gamma)] \sin \omega \\ &= T + U \cos \omega + V \sin \omega \end{aligned} \tag{1.53}$$

dove, in base alle corrispondenze tra il secondo ed il terzo membro, si ha

$$\begin{aligned} T &= \sin \delta (\sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta \cos \gamma) \\ U &= \cos \delta (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta \cos \gamma) \\ V &= \cos \delta (\sin \beta \sin \gamma) \end{aligned} \tag{1.54}$$

Nella relazione alternativa, oltre agli angoli di posizione della superficie  $\beta$  e  $\gamma$ , si utilizzano gli angoli che definiscono il percorso apparente del Sole, ovvero l'altezza solare  $\alpha$ , o il suo complementare  $z$ , e l'azimut solare  $\gamma_s$ . Si ottiene così l'espressione

$$\begin{aligned}\cos i &= \cos \alpha \cos(\gamma_s - \gamma) \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \\ &\equiv \sin z \cos(\gamma_s - \gamma) \sin \beta + \cos z \cos \beta\end{aligned}\quad (1.55)$$

che è più difficile da utilizzare nei calcoli automatizzati, ma che si presta bene a considerazioni sull'influenza degli angoli di posizionamento della superficie ricevente. D'altra parte va detto che l'espressione (1.53) è sì più complessa ma, in molti casi di interesse applicativo, è anche suscettibile di notevoli semplificazioni. Ad esempio, nel caso di una superficie orizzontale per la quale si ha  $\beta = 0$ , la (1.53) si riduce a

$$\cos i \equiv \cos z = (\sin \delta \sin \varphi) + (\cos \delta \cos \varphi) \cos \omega = T_h + U_h \cos \omega \quad (1.56)$$

equivalente alla relazione (1.51) valida per una superficie orizzontale, con

$$\begin{aligned}T_h &= \sin \delta \sin \varphi \\ U_h &= \cos \delta \cos \varphi\end{aligned}\quad (1.57)$$

Analogamente, nel caso di una superficie verticale per la quale si ha  $\beta = 90^\circ$ , la (1.53) si riduce a

$$\begin{aligned}\cos i &= (-\sin \delta \cos \varphi \cos \gamma) + (\cos \delta \sin \varphi \cos \gamma) \cos \omega + (\cos \delta \sin \gamma) \sin \omega \\ &= T_v + U_v \cos \omega + V_v \sin \omega\end{aligned}\quad (1.58)$$

con

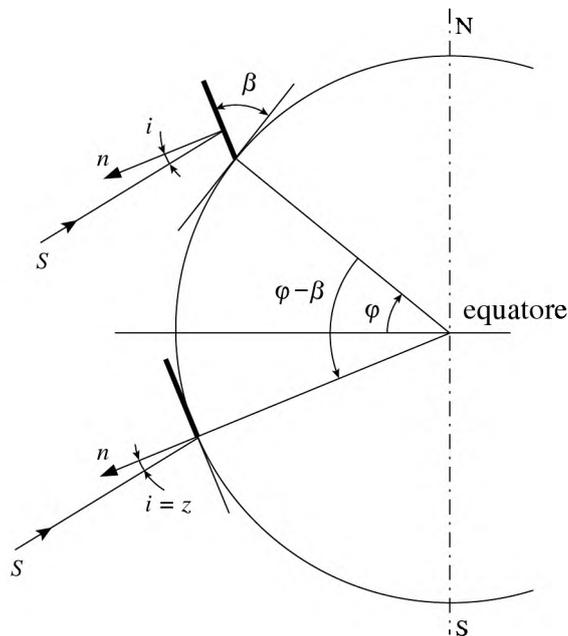
$$\begin{aligned}T_v &= -\sin \delta \cos \varphi \cos \gamma \\ U_v &= \cos \delta \sin \varphi \cos \gamma \\ V_v &= \cos \delta \sin \gamma\end{aligned}\quad (1.59)$$

Nell'emisfero nord, un'altra situazione geometricamente interessante si verifica quando la superficie inclinata è rivolta a sud perfetto. In tal caso, risulta:  $\gamma = 0$  e la (1.53) può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned}\cos i &= \sin \delta (\sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta) + \cos \delta (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta) \cos \omega \\ &= \sin \delta \sin(\varphi - \beta) + \cos \delta \cos(\varphi - \beta) \cos \omega = T_s + U_s \cos \omega\end{aligned}\quad (1.60)$$

con

$$\begin{aligned}T_s &= \sin \delta \sin(\varphi - \beta) \\ U_s &= \cos \delta \cos(\varphi - \beta)\end{aligned}\quad (1.61)$$



**Figura 1.21:** Sezione della Terra che evidenzia la relazione esistente tra latitudine vera ( $\varphi$ ) e latitudine artificiale ( $\varphi - \beta$ ) per una superficie ricevente rivolta a sud ( $\gamma_i = 0$ ) ed inclinata di  $\beta$  rispetto al suolo.

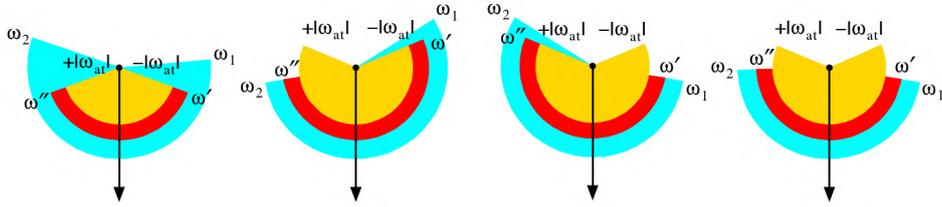
Pertanto la relazione ottenuta coincide con quella che si otterrebbe dalla (1.56) procedendo come in Fig. 1.21, ovvero sostituendo la latitudine vera  $\varphi$  con la latitudine artificiale ( $\varphi - \beta$ ).

#### 1.6.4 Comparsa e scomparsa del Sole

Una superficie inclinata “vede” il Sole quando sono verificate due condizioni:

- il Sole sta sopra l’orizzonte in quanto l’altezza solare  $\alpha$  è maggiore di zero e, di conseguenza, l’angolo orario è compreso tra i valori  $-\omega_{at}$  corrispondente all’alba e  $|\omega_{at}|$  corrispondente al tramonto, ottenuti ponendo  $\alpha = 0$  nella (1.45) e giungendo, in tal modo, alla (1.49);
- l’angolo di incidenza  $i$  è minore di  $90^\circ$  e, di conseguenza, l’angolo orario è compreso tra i valori  $\omega_1$  ed  $\omega_2$  (con  $\omega_1 < \omega_2$ ), ottenuti ponendo  $\cos i = 0$  nella (1.53), o nella (1.60) nel caso di una superficie rivolta a sud.

Alle latitudini italiane, e con le orientazioni delle superfici riceventi utilizzate nelle applicazioni energetiche ( $-90^\circ < \gamma < 90^\circ$ ), ovvero comprese tra est ed ovest nel qua-



**Figura 1.22:** Intervallo (rosso) di esposizione per una superficie ricevente inclinata. L'intervallo è compreso tra gli angoli di comparsa ( $\omega'$ ) e scomparsa ( $\omega''$ ) del Sole rispetto alla superficie ed è individuato dall'intersezione del settore (arancio) percorso dal Sole (compreso tra  $-|\omega_{at}|$  ed  $|\omega_{at}|$ ), e del settore (azzurro) visibile dalla superficie (compreso tra  $\omega_1$  ed  $\omega_2$ ).

drante sud, le due condizioni sopracitate danno luogo a situazioni del tipo di quelle schematizzate in Fig. 1.22. In tali situazioni, l'intersezione dei settori compresi tra  $-|\omega_{at}|$  ed  $|\omega_{at}|$  e tra  $\omega_1$  ed  $\omega_2$  individua chiaramente l'intervallo compreso tra l'angolo di comparsa del Sole sulla superficie, definito come

$$\omega' = \max(\omega_1, -|\omega_{at}|) \quad (1.62)$$

e l'angolo di scomparsa del Sole dalla superficie, definito come

$$\omega'' = \min(\omega_2, |\omega_{at}|) \quad (1.63)$$

La determinazione di  $|\omega_{at}|$  era già stata discussa nel Paragrafo 1.6.2 e, di conseguenza, per l'applicazione delle relazioni (1.62) e (1.63) è sufficiente presentare, ai punti che seguono, le formule per il calcolo di  $\omega_1$  ed  $\omega_2$ .

### Superficie rivolta a sud

Nel caso di una superficie rivolta a sud, gli angoli che delimitano l'intervallo in cui il Sole è visibile dalla superficie hanno lo stesso valore assoluto  $|\omega_{1,2}|$  ma, evidentemente, risultano di segno opposto: negativo al mattino  $\omega_1 = -|\omega_{1,2}|$  e positivo al pomeriggio  $\omega_2 = |\omega_{1,2}|$ . Per trovare  $|\omega_{1,2}|$ , basta assumere  $\cos i = 0$  e scrivere la (1.60) nella forma

$$\sin \delta \sin(\varphi - \beta) + \cos \delta \cos(\varphi - \beta) \cos \omega = 0 \quad (1.64)$$

$$\Rightarrow \cos \omega_{1,2} = -\frac{\sin \delta \sin(\varphi - \beta)}{\cos \delta \cos(\varphi - \beta)} = -\text{tg } \delta \text{ tg}(\varphi - \beta) \quad (1.65)$$

### Superficie comunque orientata

Nel caso di una superficie comunque orientata, si può assumere  $\cos i = 0$  e scrivere la (1.53) nella forma

$$0 = T \cdot 1 + U \cos \omega + V \sin \omega \quad (1.66)$$

dove  $T$ ,  $U$  e  $V$  sono stati definiti in precedenza. Nella (1.66), operando le sostituzioni

$$1 = \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + \operatorname{cos}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (1.67)$$

$$\operatorname{cos} \omega = \operatorname{cos}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (1.68)$$

$$\operatorname{sen} \omega = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega}{2}\right) \operatorname{cos}\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (1.69)$$

e dividendo l'espressione ottenuta per  $\operatorname{cos}^2(\omega/2)$ , si arriva facilmente alla equazione di secondo grado nella variabile  $\operatorname{tg}(\omega/2)$

$$(T - U) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + 2V \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right) + (T + U) = 0 \quad (1.70)$$

le cui radici sono

$$\operatorname{tg} \frac{\omega_{1,2}}{2} = \frac{-V \pm \sqrt{V^2 - (T^2 - U^2)}}{T - U} \quad (1.71)$$

Una volta determinati  $\omega_1$  ed  $\omega_2$  mediante le relazioni (1.65) e (1.71), ed  $|\omega_{at}|$  mediante la relazione (1.49), si può passare al calcolo di degli angoli di comparsa  $\omega'$  e scomparsa  $\omega''$  del Sole, definiti dalle (1.62) e (1.63), seguendo la procedura illustrata nell'Esempio 1.6.

A chiusura del paragrafo, tuttavia, non è inutile ricordare che le considerazioni fin qui svolte hanno trascurato alcune situazioni, di interesse esclusivamente teorico, nelle quali la latitudine è maggiore di quella del circolo polare artico, e/o le superfici riceventi hanno orientazioni comprese tra nordest e nordovest nel quadrante nord. Per completezza concettuale, tali situazioni sono discusse nell'Esempio 1.7.

**Esempio 1.6** *Si faccia riferimento ad una superficie ricevente con latitudine nord  $\varphi = 44^\circ$ , inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed declinazione del Sole  $\delta = -20,92^\circ$  (che, in base alla Tabella 1.2, è la declinazione del 17 gennaio, giorno medio rappresentativo del mese). Con riferimento ai due orientamenti: sud, ovvero  $\gamma = 0$ , e sud-ovest con  $\gamma = 40^\circ$ , si trovino gli angoli di comparsa  $\omega'$  e scomparsa  $\omega''$  del Sole.*

### Soluzione

La procedura di calcolo viene suddivisa in passi affrontati in sequenza.

#### Alba e tramonto astronomici

Per entrambi gli orientamenti, il primo passo di calcolo è la determinazione degli angoli orari  $-\omega_{at}$  ed  $\omega_{at}$ , corrispondenti all'alba ed al tramonto astronomici. Questi angoli vengono ottenuti ponendo  $\alpha = 0$  nella (1.45) per arrivare alla

$$\begin{aligned} \operatorname{cos} \omega_{at} &= -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg}(-20,92^\circ) \operatorname{tg}(44^\circ) = 0,3691 \\ \Rightarrow |\omega_{at}| &= 68,34^\circ \end{aligned}$$

**Superficie rivolta a sud**

Nel caso di una superficie rivolta a sud ( $\gamma = 0$ ), gli angoli che delimitano l'intervallo in cui il Sole è visibile dalla superficie hanno lo stesso valore assoluto  $|\omega_{1,2}|$  ma risultano di segno opposto: negativo al mattino  $\omega_1 = -|\omega_{1,2}|$  e positivo al pomeriggio  $\omega_2 = |\omega_{1,2}|$ . Per trovare  $|\omega_{1,2}|$ , basta assumere  $\cos i = 0$  e scrivere la (1.60) nella forma

$$\begin{aligned}\cos \omega_{1,2} &= -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg}(\varphi - \beta) = -\operatorname{tg}(-20,92^\circ) \operatorname{tg}(44^\circ - 60^\circ) = -0,1096 \\ \Rightarrow |\omega_{1,2}| &= 83,70^\circ\end{aligned}$$

Complessivamente, per una superficie rivolta a sud la (1.62) fornisce

$$\omega' = \max(-|\omega_{1,2}|, -|\omega_{at}|) = \max(-83,70^\circ; -68,34^\circ) = -68,34^\circ$$

per l'angolo di comparsa, mentre la (1.63) fornisce

$$\omega'' = \min(|\omega_{1,2}|, |\omega_{at}|) = \min(83,70^\circ; 68,34^\circ) = 68,34^\circ$$

per l'angolo di scomparsa. Il risultato non sorprende in quanto, nell'emisfero nord, le giornate invernali sono più corte dell'intervallo in cui il Sole è potenzialmente visibile dalla superficie.

**Superficie comunemente orientata**

Nel caso dell'orientazione caratterizzata da  $\gamma = 40^\circ$ , si ha

$$\begin{aligned}T &= \operatorname{sen} \delta (\operatorname{sen} \varphi \cos \beta - \cos \varphi \operatorname{sen} \beta \cos \gamma_i) \\ &= \operatorname{sen}(-20,92^\circ) (\operatorname{sen} 44^\circ \cos 60^\circ - \cos 44^\circ \operatorname{sen} 60^\circ \cos 40^\circ) = 0,0464 \\ U &= \cos \delta (\cos \varphi \cos \beta + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \beta \cos \gamma_i) \\ &= \cos(-20,92^\circ) (\cos 44^\circ \cos 60^\circ + \operatorname{sen} 44^\circ \operatorname{sen} 60^\circ \cos 40^\circ) = 0,7665 \\ V &= \cos \delta (\operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma_i) = \cos(-20,92^\circ) (\operatorname{sen} 60^\circ \operatorname{sen} 40^\circ) = 0,5200\end{aligned}$$

Pertanto, dalla (1.71) si ottiene

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \frac{\omega_{1,2}}{2} &= \frac{-V \pm \sqrt{V^2 - (T^2 - U^2)}}{T - U} \\ &= \frac{-0,5200 \pm \sqrt{0,5200^2 - (0,0464^2 - 0,7665^2)}}{0,04634 - 0,7665}\end{aligned}$$

ovvero

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\left(\frac{\omega_1}{2}\right) &= -0,5625 \Rightarrow \omega_1 = -58,72^\circ \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_2}{2}\right) &= 2,007 \Rightarrow \omega_2 = 127,02^\circ\end{aligned}$$

Complessivamente, per la superficie caratterizzata da  $\gamma = 40^\circ$ , la (1.62) fornisce

$$\omega' = \max(\omega_1, -|\omega_{at}|) = \max(-58,72^\circ; -68,34^\circ) = -58,72^\circ$$

per l'angolo di comparsa, mentre la (1.63) fornisce

$$\omega'' = \min(\omega_2, |\omega_{at}|) = \min(127,02^\circ; 68,34^\circ) = 68,34^\circ$$

per l'angolo di scomparsa.

**Esempio 1.7** *Si illustri la procedura di determinazione degli angoli di comparsa e scomparsa del Sole nelle situazioni, di interesse esclusivamente teorico, in cui la latitudine è maggiore di quella del circolo polare artico, e/o le superfici riceventi hanno orientazioni comprese tra nordest e nordovest nel quadrante nord.*

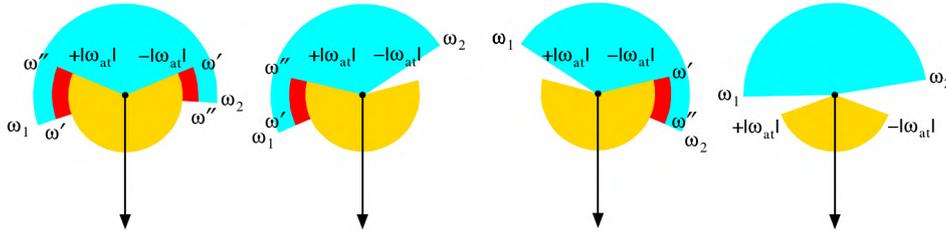
### Soluzione

Nel caso di latitudini maggiori di quella del circolo polare artico, vi possono essere giornate nelle quali il discriminante

$$\Delta = V^2 - (T^2 - U^2)$$

risulta negativo ed, allora, le radici (1.71) sono numeri complessi. Da un punto di vista fisico, ciò significa che la superficie è sempre esposta al Sole se la giornata in esame si colloca nel periodo estivo, o non è mai esposta al Sole se la giornata in esame si colloca nel periodo invernale.

Quando  $\Delta$  è positivo, ma l'orientazione della superficie ricevente è compresa tra nordest e nordovest nel quadrante nord, si verificano situazioni del tipo di quelle schematizzate in Fig. 1.23. Come si vede, con le orientazioni così sfavorevoli si possono avere uno, due od anche nessun intervallo di esposizione al Sole della superficie ricevente. In ogni caso, gli intervalli di esposizione si collocano all'inizio e/o alla fine della giornata e, di conseguenza, non interessano le applicazioni energetiche.



**Figura 1.23:** Illustrazione della possibilità di uno, due od anche nessun intervallo di esposizione al Sole per le superfici riceventi con orientazione compresa tra nordest e nordovest nel quadrante nord.

## 1.7 CONCLUSIONI

In questo capitolo si sono illustrate le caratteristiche dell'irraggiamento solare in arrivo sulla Terra. In particolare:

- Si sono dedicati alcuni cenni alla fisica del Sole ed alle sue caratteristiche di emissione di energia radiante.
- Si è riportata la distribuzione dello spettro solare extra-atmosferico e si sono discusse le relazioni tra costante solare media ed irradianza di superfici fuori dall'atmosfera.
- Si sono presi in esame i meccanismi che regolano l'assorbimento e la diffrazione delle radiazioni solari nell'atmosfera, ed il conseguente arrivo sulle superfici captanti al livello del suolo di una radiazione diretta (che giunge da una direzione ben definita in quanto segue le leggi dell'ottica geometrica), di una radiazione diffusa (che, al contrario, è caratterizzata da uno spettro molto ampio di angoli d'incidenza) e di una radiazione riflessa dalle superfici circostanti (anch'essa caratterizzata da uno spettro molto ampio di angoli d'incidenza).
- Si sono richiamate le leggi che regolano i movimenti di rivoluzione e di rotazione della Terra, descrivendoli in termini di coordinate astronomiche equatoriali, ovvero di declinazione e di angolo orario.
- Si sono riportate le leggi di variazione, nel corso dell'anno, della costante solare e della declinazione solare, e la legge di variazione, nel corso della giornata, dell'angolo orario.
- Si è descritto il moto apparente del Sole in termini di coordinate terrestri orizzontali, definendo gli angoli di azimut solare e di altezza solare (oltre al suo

complementare angolo di zenit), e si sono illustrati i diagrammi cartesiani e polari che vengono utilizzati per rappresentare il percorso compiuto dal Sole nell'arco di una giornata.

- Si è espresso l'angolo di incidenza delle radiazioni solari su una superficie comunque orientata ed inclinata utilizzando, oltre ad azimut ed altezza solari, anche gli angoli di inclinazione e di azimut della superficie stessa.
- Si sono determinati gli angoli orari corrispondenti all'alba ed al tramonto e gli angoli di comparsa e scomparsa del Sole rispetto a superfici comunque orientate ed inclinate.



## Capitolo 2

# Posizionamento delle superfici captanti

### 2.1 IRRADIANZA E IRRADIAZIONE

In questo capitolo ci si occuperà del posizionamento delle superfici captanti con l'obiettivo di ottimizzare inclinazione ed orientamento. In un primo tempo l'obiettivo sarà perseguito considerando gli andamenti dell'irradianza, la grandezza che misura il flusso radiativo solare incidente su una superficie unitaria. In tale contesto, la grandezza di riferimento sarà il  $\cos i$ , ovvero il coseno dell'angolo  $i$  formato dalla direzione dei raggi solari con la normale  $n$  alla superficie captante. Il  $\cos i$ , infatti, rappresenta anche il rapporto tra l'irradianza che incide sulla superficie captante e l'irradianza che, nello stesso punto, incide su una superficie ortogonale ai raggi solari.

Nelle analisi si considereranno le variazioni nel tempo di  $\cos i$  durante gli equinozi ed i solstizi, ovvero durante le giornate rappresentative delle condizioni di irradianza medie ed estreme. In un primo tempo si considereranno le superfici riceventi fisse, per le quali gli andamenti di  $\cos i$  saranno determinati utilizzando le relazioni già ricavate nel capitolo precedente. Dopo le superfici fisse, si esamineranno gli inseguitori solari, cioè le superfici riceventi in grado di muoversi in modo da mantenere il  $\cos i$  più elevato possibile, nel corso dell'intera giornata. In questo caso, gli andamenti di  $\cos i$  saranno determinati utilizzando relazioni di letteratura che consentono di confrontare tra loro le prestazioni ottenibili con le diverse tipologie di inseguitori. Tra gli inseguitori, si dedicherà un'attenzione particolare ai concentratori, ossia alle superfici riceventi che, oltre ad essere mobili, sono in grado di focalizzare le radiazioni su aree ridotte, aumentando così le temperature alle quali l'energia solare viene resa disponibile. Infine, si accennerà al problema dell'ombreggiamento in quanto, evidentemente, la presenza di ostruzioni lungo il percorso dei raggi solari può an-

nullare, o ridurre di molto, le irradianze in alcuni periodi della giornata (di durata variabile nel corso dell'anno in dipendenza del movimento apparente del Sole).

Nelle applicazioni dell'ingegneria solare, tuttavia, più del flusso radiativo incidente interessa l'energia incidente e, di conseguenza, più che all'irradianza si preferisce fare riferimento all'irradiazione. L'irradiazione (chiamata anche, meno rigorosamente, radiazione), misura, infatti, l'energia solare incidente su una superficie unitaria durante un periodo di tempo ben determinato pari, ad esempio, ad un'ora, un giorno, un mese od un anno. In tale contesto, sono particolarmente importanti le determinazioni degli apporti medi mensili ed annuali, al punto che le relative procedure di calcolo sono oggetto di norme ben precise che si applicano a tutte le utilizzazioni dei settori termico e fotovoltaico.

Il passaggio dalle irradianze alle irradiazioni avrà luogo attraverso opportune integrazioni, estese ai periodi di tempo considerati nelle rispettive definizioni. All'interno di questi periodi poi, si considereranno gli intervalli compresi tra gli angoli orari ed i corrispondenti istanti temporali di comparsa e scomparsa del Sole rispetto alle superfici riceventi. Nel contesto delle superfici riceventi fisse, il parametro di riferimento per ottimizzare inclinazione ed orientamento sarà il rapporto tra l'irradiazione incidente su una superficie inclinata e l'irradiazione incidente, nello stesso punto, su una superficie orizzontale. In un primo tempo, tale rapporto sarà determinato analiticamente con riferimento alle irradiazioni globali extra-atmosferiche. Si perverrà così a relazioni di tipo geometrico che, tuttavia, potranno essere applicate anche alle componenti dirette delle irradiazioni a livello del suolo. In queste ultime relazioni la posizione geografica sarà caratterizzata dalla sola latitudine, in quanto le variazioni della longitudine non influenzano i rapporti geometrici tra le componenti extra-atmosferiche (e dirette) delle irradiazioni. Quando, invece, si raffinerà l'indagine, facendo riferimento anche alle componenti diffuse e riflesse delle irradiazioni, sarà necessario prendere in considerazione le situazioni climatiche e, quindi, località ben precise (ovvero anche la longitudine oltre alla latitudine). Nella procedura di calcolo poi si dovrà ricorrere a basi di dati sperimentali relativi, almeno, alle irradiazioni incidenti sulle superfici orizzontali delle località considerate.

Nel contesto delle irradiazioni, si discuteranno anche la definizione e l'applicazione di un nuovo parametro sintetico impiegato per la valutazione preliminare degli impianti solari. Tale parametro, chiamato *TOF* dall'acronimo inglese (Tilt and Orientation Factor, ovvero Fattore di Inclinazione ed Orientamento) rappresenta, su base annuale, il rapporto tra l'irradiazione incidente sull'installazione solare proposta e la massima irradiazione ottenibile, nella località considerata, quando l'inclinazione e l'orientamento della superficie captante sono quelli ottimali. Infine, si presenterà una mappa della radiazione solare annuale media al suolo sul territorio italiano, ricavata sulla base di misure relative ad intervalli di tempo pluriennali, ed una tabella dei fatto-

ri di correzione da applicare a tale radiazione per valutare, in prima approssimazione, l'influenza delle diverse situazioni di inclinazione ed orientamento.

## 2.2 IRRADIANZA DELLE SUPERFICI FISSE

La base di partenza per la valutazione dell'irradianza che incide sulle superfici riceventi fisse sono le cosiddette "relazioni del coseno" che legano l'irradianza di una superficie  $A_n$ , ortogonale ai raggi solari, all'irradianza di una superficie  $A_i$  la cui normale  $n$  sia caratterizzata da un angolo di incidenza  $i$  diverso da zero rispetto alla direzione dei raggi solari. Tra le relazioni di questo tipo, quella ricavata per prima è stata la (1.12), qui ripetuta in forma sintetica

$$\overline{G}_{0i} = \overline{G}_0 \cos i \quad (2.1)$$

In tale relazione si fa riferimento alla costante solare media  $\overline{G}_0$ , ovvero all'irradianza media extra-atmosferica di una superficie ortogonale ai raggi solari, ed all'irradianza globale media  $\overline{G}_{0i}$  di una superficie posta fuori dell'atmosfera la cui normale formi un angolo  $i$  con la direzione dei raggi solari. Evidentemente, relazioni dello stesso tipo valgono anche per le componenti dirette dell'irradianza a livello del suolo. Tra queste si può ricordare, ad esempio, la relazione (1.20), qui ripetuta ancora in forma sintetica

$$G_{fi} = G_f \cos i \quad (2.2)$$

In tale relazione si fa riferimento alla componente diretta  $G_f$  che, a livello del suolo, incide su una superficie  $A_n$ , ortogonale ai raggi solari, ed alla componente diretta  $G_{fi}$  che, sempre a livello del suolo, incide su una superficie  $A_i$  la cui normale formi un angolo  $i$  con la direzione dei raggi solari. Per quanto riguarda i pedici sin qui utilizzati, poi, non è superfluo ricordare che il primo ( $0$  od  $f$  nelle relazioni precedenti) caratterizza la collocazione extra-atmosferica od al suolo della radiazione (che, al suolo, è una radiazione di "fascio"), mentre il secondo  $i$  sta ad indicare il riferimento ad una superficie per la quale si ha  $i \neq 0$  e, in assenza di ambiguità, viene sottinteso se  $i = 0$  (ovvero se l'irradianza incide ortogonalmente alla superficie).

Dalle relazioni (2.1) e (2.2), inoltre, si evince che

$$\cos i = \frac{\overline{G}_{0i}}{\overline{G}_0} = \frac{G_{fi}}{G_f} \quad (2.3)$$

gioca il ruolo di fattore di riduzione adimensionale e che, di conseguenza, l'aumento di  $\cos i$  è un obiettivo prioritario nella ricerca del posizionamento ottimale delle superfici captanti. Una volta stabilito questo ruolo, non resta che procedere alla valutazione del  $\cos i$  richiamando, nell'ordine ed ancora in forma sintetica, le espressioni dell'angolo di incidenza ricavate nel Paragrafo 1.6.3. Si ottiene così

- per una superficie comunque orientata ed inclinata

$$\cos i = T + U \cos \omega + V \sin \omega \quad (2.4)$$

dove il riferimento per  $T$ ,  $U$  e  $V$  è la (1.54)

- per una superficie orizzontale

$$\cos i = T_h + U_h \cos \omega \quad (2.5)$$

dove il riferimento per  $T_h$  ed  $U_h$  è la (1.57);

- per una superficie verticale

$$\cos i = T_v + U_v \cos \omega + V_v \sin \omega \quad (2.6)$$

dove il riferimento per  $T_v$ ,  $U_v$  e  $V_v$  è la (1.59);

- per una superficie inclinata e rivolta a sud

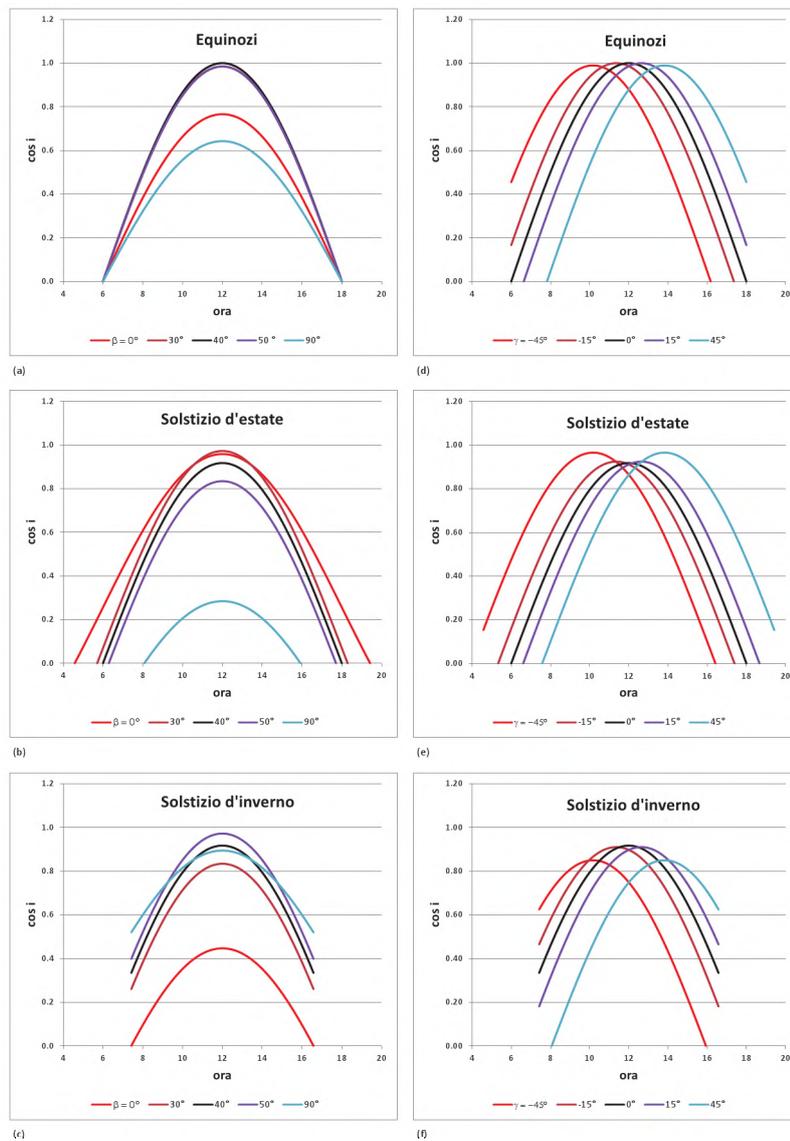
$$\cos i = T_s + U_s \cos \omega \quad (2.7)$$

dove il riferimento per  $T_s$  ed  $U_s$  è la (1.61).

Le relazioni sopra riportate consentono di calcolare l'andamento di  $\cos i$  nei ricevitori, posti a qualunque latitudine, nel corso di una qualunque giornata. Di conseguenza, facendo riferimento alla latitudine media dell'Italia ( $\varphi = 40^\circ$ ) ed agli equinozi ed ai solstizi (che sono le giornate più rappresentative degli andamenti stagionali), è possibile ottenere delle indicazioni di valenza generale sull'influenza dell'angolo di inclinazione  $\beta$  rispetto al piano orizzontale e dell'angolo di azimut  $\gamma$  rispetto all'orientazione. Tali indicazioni sono ottenute con riferimento alle irradianze globali di superfici poste ai limiti dell'atmosfera ma, in base alla (2.3), valgono anche per le componenti dirette dell'irradianza a livello del suolo.

Per una superficie fissa con orientazione ottimale sud (ovvero con  $\gamma = 0$ ), l'influenza delle variazioni d'inclinazione  $\beta$  rispetto al piano orizzontale è illustrata nelle Fig. 2.1 (a), (b) e (c). Per gli effetti più importanti si nota che

- nella Fig. 2.1 (a), rappresentativa delle condizioni medie annuali, l'inclinazione ottimale per la componente diretta dell'irradianza è  $\beta = \varphi = 40^\circ$ , ma con un margine minimo rispetto alle inclinazioni  $\beta = 30^\circ$  e  $\beta = 50^\circ$  (le cui curve rappresentative, ovviamente, coincidono agli equinozi);



**Figura 2.1:** Irradianza di una superficie fissa alla latitudine  $\varphi = 40^\circ$ . Influenza delle variazioni di: inclinazione  $\beta$  con  $\gamma = 0^\circ$ , illustrate in (a), (b) e (c); e azimut  $\gamma$  con  $\beta = 40^\circ$ , illustrate in (d), (e) ed (f).

- nella Fig. 2.1 (b), rappresentativa delle condizioni di picco estive, il massimo dell'irradianza diretta si raggiunge con  $\beta = 30^\circ$ , ed al diminuire dell'inclinazione  $\beta$  sul piano orizzontale si allunga l'intervallo temporale tra la comparsa e la scomparsa del Sole sulla superficie ricevente;
- nella Fig. 2.1 (c), rappresentativa delle condizioni di picco invernali, il massimo dell'irradianza diretta si raggiunge con  $\beta = 50^\circ$  mentre, per qualunque inclinazione, l'intervallo temporale tra la comparsa e la scomparsa del Sole sulla superficie ricevente coincide con l'intervallo temporale tra l'alba ed il tramonto astronomici;
- nelle Fig. 2.1 (b) e (c) le superfici orizzontali danno risultati buoni in estate ma cattivi in inverno mentre, all'opposto, le superfici verticali danno risultati molto cattivi in estate ed abbastanza buoni in inverno.

Per una superficie fissa con inclinazione pari alla latitudine ( $\beta = \varphi = 40^\circ$ ), l'influenza delle variazioni di azimut  $\gamma$  rispetto alla direzione sud ( $\gamma = 0$ ), è illustrata nelle Fig. 2.1 (d), (e) ed (f). Per gli effetti più importanti si nota che

- nella Fig. 2.1 (d), rappresentativa delle condizioni medie annuali, le superfici rivolte ad est ( $\gamma < 0$ ) vedono il Sole prima di quelle rivolte ad ovest ( $\gamma > 0$ ), con "tagli" conseguenti dell'irradianza diretta rispettivamente al pomeriggio od al mattino ma, comunque, in periodi caratterizzati da bassi valori di  $\cos i$  e, quindi, senza effetti significativi sull'irradianza media (almeno per  $|\gamma| \leq 15^\circ$ );
- nella Fig. 2.1 (e), rappresentativa delle condizioni di picco estive, gli aumenti in valore assoluto di  $\gamma$  comportano un aumento dei massimi dell'irradianza diretta, di entità crescente con le variazioni stesse;
- nella Fig. 2.1 (f), rappresentativa delle condizioni di picco invernali, gli effetti di "taglio" dell'irradianza si accentuano rispetto agli equinozi: al mattino per  $\gamma > 0$  ed al pomeriggio per  $\gamma < 0$ .

Complessivamente, si può affermare che le analisi dell'irradianza (cioè dei flussi incidenti) sono molto efficaci dal punto di vista qualitativo in quanto consentono di rappresentare graficamente gli effetti dell'inclinazione e dell'orientamento. Non lo sono, invece, altrettanto dal punto di vista quantitativo ed, infatti, nel seguito si ricorrerà alle analisi dell'irradiazione (cioè delle energie incidenti) per ottenere indicazioni di interesse impiantistico.

### 2.2.1 Rapporto tra irradianze

La relazione (2.3) può essere letta anche come rapporto tra le irradianze incidenti su una superficie inclinata ed una superficie ortogonale ai raggi del Sole, ottenendo così il rapporto adimensionale

$$R_{Gn} = \frac{G_{0i}}{G_0} = \frac{G_{fi}}{G_f} = \cos i \quad (2.8)$$

che è contraddistinto da due pedici: il primo per indicare che si tratta di un rapporto di irradianze  $G$  ed il secondo per indicare che l'irradianza al denominatore è, appunto, quella di una superficie "normale" ai raggi.

Ovviamente, i rapporti geometrici possono essere definiti per qualunque orientazione dell'irradianza di riferimento al denominatore. Ad esempio, dividendo membro a membro le relazioni (1.12) e (1.20) con, rispettivamente, le relazioni (1.11) e (1.27), si può ricavare il rapporto adimensionale

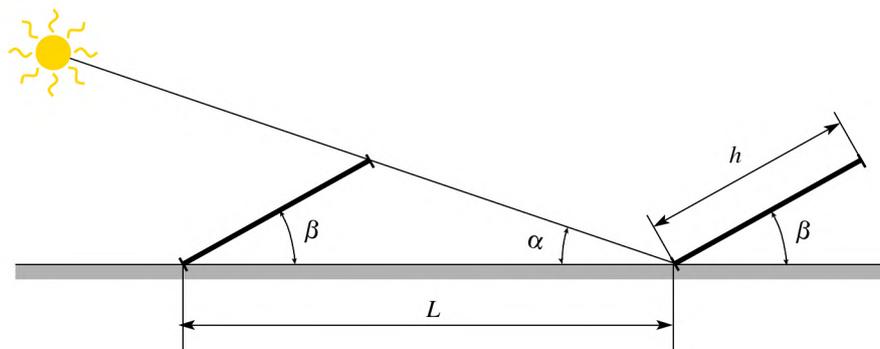
$$R_{Gh} = \frac{G_{0i}}{G_{0h}} = \frac{G_{fi}}{G_{fh}} = \frac{\cos i}{\cos z} \quad (2.9)$$

che, anche in questo caso, è contraddistinto da due pedici: il primo  $G$  per indicare che si tratta di un rapporto di irradianze ed il secondo  $h$  per indicare la posizione orizzontale dell'irradianza di riferimento con cui ci si confronta.

Dalla definizione (2.9), si vede che  $R_{Gh}$ , come del resto  $R_{Gn}$ , possa essere riferito, indifferentemente, alle irradianze globali fuori dall'atmosfera od alle componenti dirette delle irradianze a livello del suolo. Nel seguito del capitolo, infatti, il valore medio di  $R_{Gh}$ , valutato in un certo intervallo temporale (ad esempio: giorno o mese), sarà impiegato nelle procedure di calcolo dell'irradiazione a livello del suolo (ovvero dell'integrale, rispetto al tempo, dell'irradianza che incide su una superficie captante).

### 2.2.2 Ombreggiamento

Nei paragrafi precedenti si era assunto implicitamente che non vi fossero ostruzioni nel percorso dei raggi del Sole fino alla superficie ricevente. Pertanto, nella determinazione degli angoli di comparsa e scomparsa del Sole si erano confrontati soltanto gli angoli orari corrispondenti all'alba ed al tramonto astronomici (per i quali l'ostruzione ai raggi solari è rappresentata dall'orizzonte), e gli angoli corrispondenti all'incidenza  $i = 90^\circ$ . In presenza di un ombreggiamento, invece, si devono considerare anche gli ulteriori angoli di comparsa e scomparsa del Sole rispetto all'ostruzione responsabile dell'ombreggiamento.



**Figura 2.2:** Ombreggiamento tra ricevitori solari disposti su file parallele.

Un modo concettualmente semplice per farlo, è quello di partire da un diagramma dei percorsi solari del tipo di quello rappresentato in Fig. 1.19 in coordinate cartesiane. Procedendo come nell'Esempio 2.1, su tale diagramma è possibile segnare il profilo delle ostruzioni responsabili di ombreggiamenti nel corso dell'anno ed, in questo modo, determinare gli intervalli temporali nei quali le ostruzioni schermano il Sole. L'applicazione di questo semplice principio, tuttavia, può dare origine a casistiche abbastanza variegata e complesse come, ad esempio: ombre vicine di alberi ed edifici, ombre lontane di colline e montagne con effetti variabili durante la giornata e nel corso dell'anno. In alternativa, comunque, si può applicare la regola ovvia che le ombre vanno il più possibile evitate, scegliendo accuratamente i luoghi d'installazione delle superfici riceventi.

D'altra parte, anche in assenza di ostruzioni occorre almeno tener conto del fatto che moduli fotovoltaici e collettori solari sono, necessariamente, disposti a file parallele sui tetti piani. Mentre la prima fila viene, di regola, irraggiata integralmente, è difficile evitare che, con il Sole basso, le file successive siano più o meno ombreggiate dalle file antistanti. In questi casi, la regola empirica è quella di distanziare sufficientemente le file tra loro, in modo da garantire sempre lo sfruttamento di un'altezza del Sole minima prefissata. Con riferimento alla Fig. 2.2, dove l'angolo di inclinazione dei pannelli vale  $\beta$ , una scelta ragionevole può essere quella di prefissare l'altezza minima sfruttabile del Sole:  $\alpha_{min} = 20^\circ$ , ad esempio, e determinare, di conseguenza, il rapporto  $L/h$  tra la distanza delle file e l'altezza dei pannelli.

La relazione cercata discende da semplici applicazioni della trigonometria e può

essere scritta nella forma

$$\operatorname{tg} \alpha_{min} = \frac{h \operatorname{sen} \beta}{L - h \cos \beta} \quad (2.10)$$

$$\Rightarrow \frac{L}{h} = \cos \beta + \frac{\operatorname{sen} \beta}{\operatorname{tg} \alpha_{min}} \quad (2.11)$$

che si presta ad essere agevolmente applicata procedendo come nell'Esempio 2.2.

**Esempio 2.1** *Con riferimento alla Fig. 2.3, si consideri un'ostruzione verticale che scherma il Sole fra gli azimut  $17^\circ$  e  $55^\circ$  fino ad un'altezza di  $45^\circ$ , e si determinino gli effetti di ombreggiamento nei giorni medi di ciascun mese.*

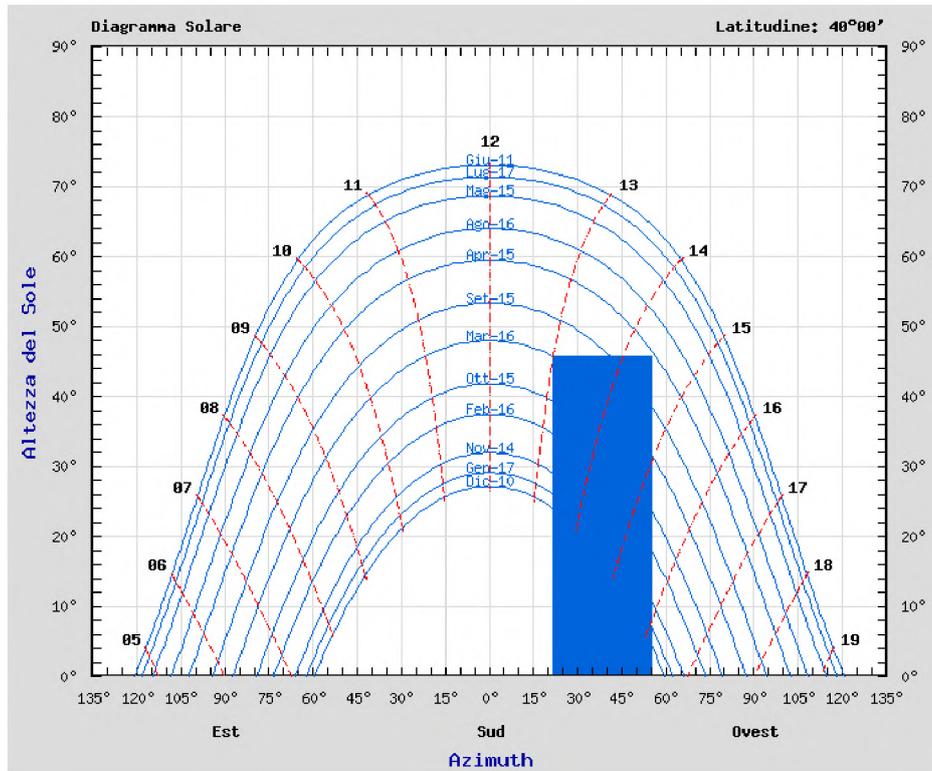
#### Soluzione

Come si vede dalla Fig. 2.3, i giorni medi ed i relativi intervalli temporali nei quali l'ostruzione scherma il Sole sono:

- 15 settembre dalle 13:50 alle 14:35;
- 16 marzo dalle 13:00 alle 14:55;
- 15 ottobre dalle 13:10 alle 15:20;
- 16 febbraio dalle 13:15 alle 15:30;
- 14 novembre dalle 13:20 alle 15:55;
- 17 gennaio dalle 13:25 alle 16:05;
- 10 dicembre dalle 13:25 alle 16:15.

Ovviamente tale intervalli vanno ad aggiungersi a quelli per i quali l'ostruzione ai raggi solari è rappresentata dalla stessa superficie ricevente.

**Esempio 2.2** *Nella situazione di Fig. 2.2, si faccia riferimento ad una superficie ricevente con inclinazione  $\beta = 30^\circ$  e si fissi l'altezza minima sfruttabile del Sole:  $\alpha = \alpha_{min} = 20^\circ$ . Si determini il conseguente rapporto  $L/h$  tra la distanza  $L$  delle file e l'altezza  $h$  delle superfici riceventi.*



**Figura 2.3:** Ombreggiamento portato da un'ostruzione verticale che scherma il Sole fra gli azimut  $17^\circ$  e  $55^\circ$  fino ad un'altezza di  $45^\circ$ .

### Soluzione

Con riferimento alla (2.11) si ottiene subito

$$\begin{aligned} \frac{L}{h} &= \cos \beta + \frac{\text{sen } \beta}{\text{tg } \alpha_{\min}} \\ &= \cos 30 + \frac{\text{sen } 30}{\text{tg } 20} = 2,24 \end{aligned}$$

Il valore trovato è la minima distanza adimensionale che si deve avere tra le file per garantire il valore minimo desiderato dell'altezza solare utile.

## 2.3 INSEGUITORI SOLARI

L'utilizzo dei sistemi di inseguimento del Sole consente di aumentare il valore medio di  $\cos i$  nel corso della giornata e, quindi, di incrementare il valore medio dell'irradianza incidente sulle superfici captanti. In base ai gradi di libertà dei loro movimenti (che, in pratica, sono delle rotazioni intorno ad uno od a due assi) si usa distinguere tra inseguitori monoassiali e biassiali. Gli inseguitori monoassiali, a loro volta, possono essere

- ad asse orizzontale con orientazione dell'asse nord-sud od est-ovest come in Fig. 2.4 (a);
- ad asse verticale come in Fig. 2.4 (b), e
- ad asse inclinato con orientazione nord-sud della proiezione orizzontale dell'asse come in Fig. 2.4 (c).

Gli inseguitori biassiali, invece, non presentano una grande varietà di configurazioni ed, in genere, hanno

- un asse di rotazione verticale ed un asse di rotazione orizzontale come nello schema Fig. 2.4 (d).

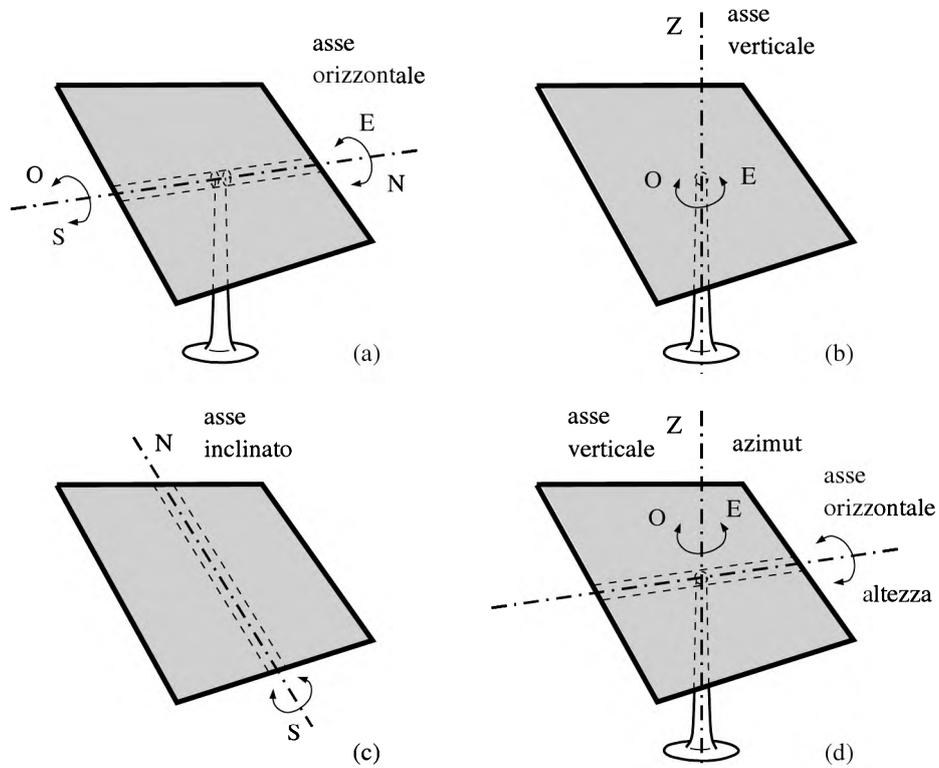
Grazie ai progressi compiuti nell'azionamento elettrico e nel controllo dei movimenti, la quasi totalità degli inseguitori attualmente installati è in grado di ruotare con continuità e, quindi, le considerazioni che seguono sono riferite, essenzialmente, ai sistemi di inseguimento automatico continuo.

### **Inseguitori monoassiali ad asse orizzontale**

In linea di principio, l'asse orizzontale può essere orientato in qualunque direzione ma, in genere, si adottano l'orientazione est-ovest o l'orientazione nord-sud. La rotazione intorno all'asse est-ovest consente di ottimizzare l'angolo di inclinazione  $\beta$  del pannello, "inseguendo" l'altezza solare in modo da assicurare il parallelismo tra la direzione dei raggi ed il piano, ortogonale alla superficie ricevente, che passa per l'asse di rotazione. Si potrebbe dimostrare che, in tal caso, risulta

$$\cos i = \sqrt{1 - \cos^2 \delta \sin^2 \omega} \quad (2.12)$$

Anticipando i risultati ottenuti nel seguito, si può dire che questa strategia di ottimizzazione conduce ad incrementi di produzione molto ridotti, tanto da giustificare



**Figura 2.4:** Tipologie più diffuse di inseguitori solari: (a) ad asse orizzontale con orientazione nord-sud od est-ovest; (b) ad asse verticale; (c) ad asse inclinato con orientazione nord-sud e (d) biassiali con un asse verticale ed un asse orizzontale.

raramente un servomeccanismo. Pertanto, gli inseguitori ad ottimizzazione di  $\beta$  vengono, generalmente, spostati manualmente due volte nel corso dell'anno, accontentandosi di migliorare l'inclinazione invernale con la scelta:  $\beta > \varphi$ , e l'inclinazione estiva con la scelta:  $\beta < \varphi$ .

La rotazione intorno all'asse nord-sud, invece, consente di aumentare  $\cos i$  in misura significativa, in quanto si potrebbe dimostrare che risulta

$$\cos i = \sqrt{\cos^2 z + \cos^2 \delta \sin^2 \omega} \quad (2.13)$$

con un incremento evidente del  $\cos i$  rispetto alla (2.12), dovuto all'inversione del segno nella radice quadrata.

**Inseguitori monoassiali ad asse verticale**

In questi inseguitori l'obiettivo è ottimizzare l'angolo di azimut  $\gamma$  del pannello, "inseguendo" l'azimut solare, in modo da assicurare il parallelismo tra la direzione dei raggi ed il piano passante per l'asse di rotazione ed ortogonale alla superficie ricevente. Infatti, derivando la (1.55) rispetto a  $\gamma$  si ottiene

$$\frac{d \cos i}{d\gamma} = -\cos \alpha \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen}(\gamma_s - \gamma) \quad (2.14)$$

che si annulla per  $\gamma_s = \gamma$ . In tale situazione  $\cos i$  raggiunge il massimo e dalla (1.55) si ottiene

$$\cos i = \operatorname{sen} z \operatorname{sen} \beta + \cos z \cos \beta \quad (2.15)$$

**Inseguitori monoassiali ad asse inclinato**

In questo caso l'orientazione dell'asse di rotazione (o, meglio, della sua proiezione sul piano orizzontale) è quasi sempre nord-sud, mentre l'inclinazione dell'asse è pari alla latitudine. Con queste scelte, l'asse del pannello è parallelo all'asse terrestre e si potrebbe dimostrare che, in tal caso, risulta

$$\cos i = \cos \delta \quad (2.16)$$

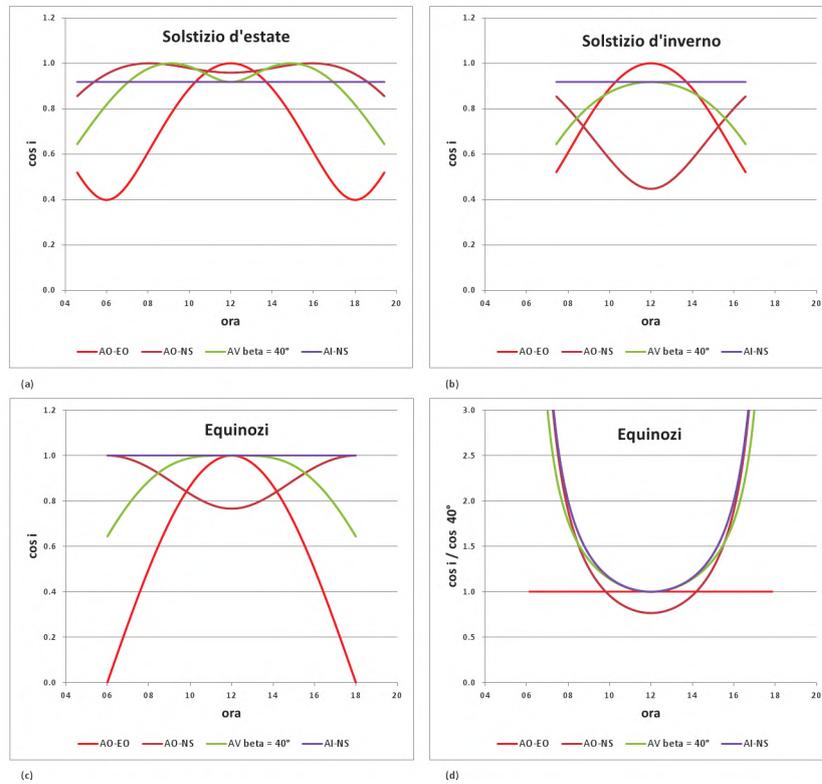
**Inseguitori biassiali**

In questo caso è possibile avere

$$\cos i \equiv 1 \quad (2.17)$$

mantenendo costantemente  $i = 0$ .

Le relazioni sopra riportate consentono di visualizzare l'andamento di  $\cos i$  negli inseguitori, posti a qualunque latitudine, nel corso di una qualunque giornata. Di conseguenza, facendo riferimento alla latitudine media dell'Italia ( $\bar{\varphi} = 40^\circ$ ) ed alle giornate più rappresentative degli andamenti stagionali (ovvero ai solstizi ed agli equinozi) è possibile istituire un confronto, di valenza generale per il nostro Paese, tra le diverse tecnologie di inseguimento. Ovviamente, è superfluo includere nel confronto la tecnologia migliore, ovvero quella degli inseguitori biassiali per i quali si ha  $\cos i \equiv 1$ . Pertanto con riferimento, rispettivamente, al solstizio d'estate, al solstizio d'inverno ed agli equinozi, nelle Fig. 2.5 (a), (b) e (c) vengono illustrati gli andamenti di  $\cos i$  per i soli inseguitori monoassiali, distinguendo tra inseguitori



**Figura 2.5:** Confronto tra gli inseguitori monoassiali alla latitudine  $\beta = 40^\circ$ : in (a), (b) e (c) viene illustrato l'andamento di  $\cos i$  al solstizio d'estate, al solstizio d'inverno ed agli equinozi, mentre in (d) viene rappresentato, agli equinozi, il rapporto  $R_{40^\circ}$  tra i  $\cos i$  degli inseguitori e quello di una superficie fissa inclinata di  $40^\circ$  e rivolta a sud.

- ad asse orizzontale con orientazione est-ovest;
- ad asse orizzontale con orientazione nord-sud;
- ad asse verticale ed inclinazione del piano ricevente pari alla latitudine ( $\beta = 40^\circ$ );
- ad asse inclinato ( $\beta = 40^\circ$ ) con orientazione nord-sud.

Con riferimento alle diverse situazioni

- nella Fig. 2.5 (a), rappresentativa delle condizioni di picco estive, si nota che i comportamenti migliori sono quelli degli inseguitori ad asse orizzontale e ad asse inclinato con orientazione nord-sud, mentre i comportamenti peggiori sono quelli degli inseguitori ad asse verticale e, soprattutto, quelli degli inseguitori ad asse orizzontale con orientazione est-ovest;
- nella Fig. 2.5 (b), rappresentativa delle condizioni di picco invernali, si nota che il comportamento decisamente migliore è quello degli inseguitori ad asse inclinato con orientazione nord-sud seguito, a distanza, da quello degli inseguitori ad asse orizzontale con orientazione nord-sud, mentre gli inseguitori ad asse orizzontale con orientazione est-ovest sono caratterizzati da prestazioni particolarmente scadenti;
- nella Fig. 2.5 (c), rappresentativa delle condizioni medie annuali, si nota che il comportamento migliore è quello degli inseguitori ad asse inclinato con orientazione nord-sud seguito da quello degli inseguitori ad asse verticale, mentre gli inseguitori ad asse orizzontale con orientazione est-ovest sono caratterizzati da prestazioni ancora scadenti.

Ciò premesso, nel caso frequente di abbinamento ai pannelli fotovoltaici per i quali si usa privilegiare il comportamento estivo, risulta che

- alle nostre latitudini vanno evitati gli inseguitori monoassiali con asse est-ovest e gli inseguitori monoassiali con asse verticale, mentre vanno privilegiati gli inseguitori monoassiali con asse nord-sud, sia orizzontale sia inclinato, in quanto, come risulta dalle Fig. 2.5 (a) e (c), sono caratterizzati da un ottimo comportamento nei sei mesi convenzionalmente definiti “estivi”.

A questo punto, tuttavia, è interessante valutare anche di quanto gli inseguitori riescano a migliorare il comportamento di una superficie fissa con inclinazione pari alla latitudine ( $\beta = 40^\circ$ ) ed orientazione sud. A tal fine si può determinare il rapporto che, per semplicità, definiremo

$$R_{40^\circ} = \frac{\cos i}{(\cos i)_{40^\circ}} \quad (2.18)$$

tra i valori del  $\cos i$  valutati mediante le relazioni (2.12), (2.13), (2.14) e (2.15) ed il valore di  $\cos i$  valutato mediante la (2.7). Per le diverse categorie di inseguitori monoassiali il valore di  $R_{40^\circ}$  così ottenuto è riportato in Fig. 2.5 (d), con riferimento agli equinozi in quanto rappresentativi delle condizioni medie annuali. Come si vede, agli equinozi tale rapporto è sempre maggiore od uguale all'unità, tranne che per gli inseguitori ad asse orizzontale con orientazione nord-sud. Tuttavia, integrando nel

tempo si potrebbe verificare che, in quest'ultimo caso, si ottiene un valore medio  $\overline{R}_{40^\circ} = 1,39 > 1$ , a conferma della convenienza energetica anche per questa tecnologia di inseguimento.

## 2.4 COLLETTORI A CONCENTRAZIONE

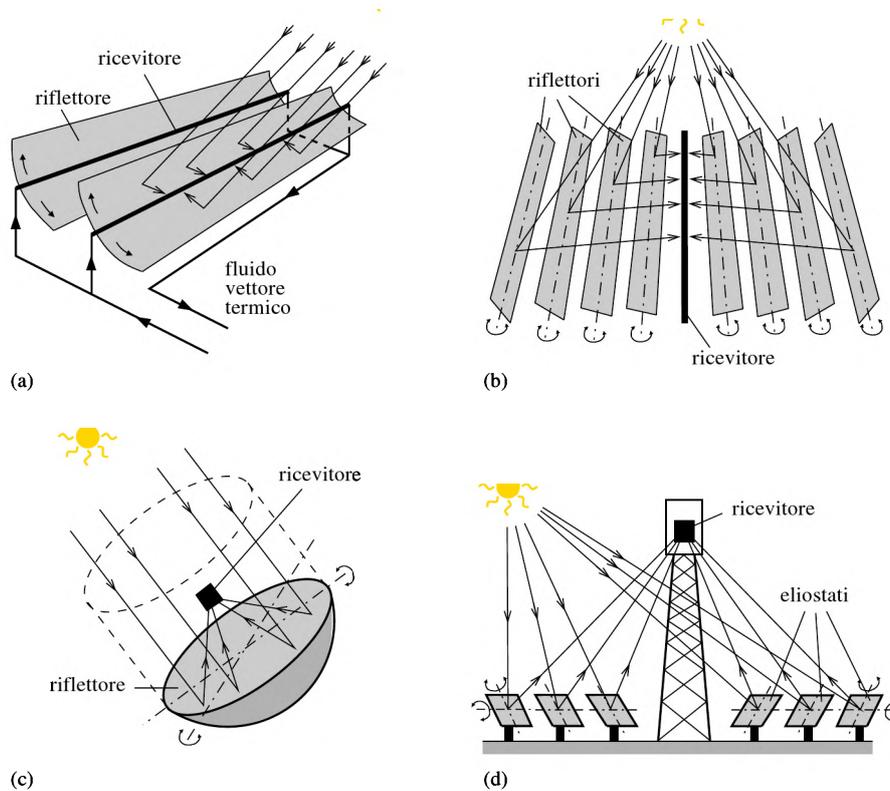
Dal punto di vista funzionale, nei collettori solari a concentrazione (sinteticamente: "concentratori") si possono distinguere il sistema ottico che focalizza le radiazioni in una zona ristretta, ed il ricevitore, posto nel fuoco del focalizzatore, che ha il compito di assorbire le radiazioni e convertirle in altre forme di energia.

La funzione del concentratore nel suo complesso è quella di far operare il sistema a livelli di irradianza molto più elevati di quelli tipici dei pannelli solari tradizionali. In questo modo, nelle applicazioni termiche è possibile raggiungere temperature dell'ordine di diverse centinaia di gradi mentre, nelle applicazioni fotovoltaiche, è possibile utilizzare celle ad altissima efficienza (come, ad esempio, quelle a multi-giunzione). Nel seguito ci si occuperà dapprima dei focalizzatori e, successivamente, dei ricevitori.

### Focalizzatori

Secondo un'antica leggenda, fu Archimede a realizzare i primi focalizzatori, sotto forma di "specchi ustori" in bronzo levigato con i quali incendiò le navi romane durante l'assedio di Siracusa. I dispositivi ottici utilizzati dai focalizzatori moderni sono, molto spesso, dei riflettori del tipo di quelli presumibilmente utilizzati da Archimede ma, grazie all'elevato livello tecnologico della loro fabbricazione, riescono a concentrare le radiazioni solari in zone molto ristrette, al limite quasi puntiformi o quasi lineari.

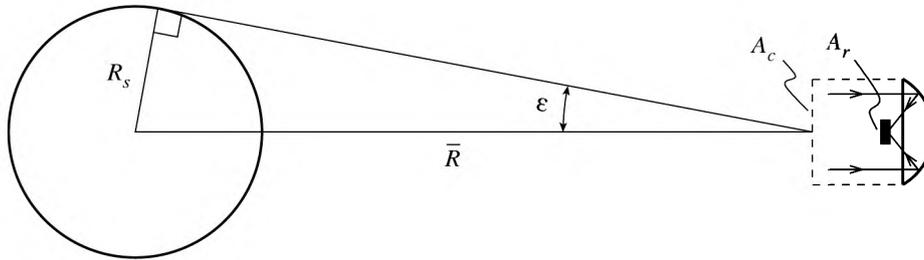
Come si era visto nella Fig. 1.8, solo la componente diretta delle radiazioni può essere concentrata da superfici captanti basate sulle leggi dell'ottica geometrica. I focalizzatori, quindi, devono "seguire" il Sole ed, infatti, i focalizzatori più diffusi, schematizzati in Fig. 2.6, utilizzano sempre dei sistemi di inseguimento automatico, ad uno o due gradi di libertà. Sono ad un grado di libertà i focalizzatori parabolici cilindrici con asse orizzontale orientato nord-sud, schematizzati in Fig. 2.6 (a), ed i focalizzatori a riflettori di Fresnel con asse orizzontale orientato nord-sud, schematizzati in Fig. 2.6 (b). In entrambi i casi la focalizzazione avviene lungo una superficie quasi lineare intorno all'asse del tubo assorbitore. Di conseguenza, le due tipologie sono funzionalmente simili e la differenza è data solo dalle modalità operative: nei focalizzatori parabolici cilindrici la rotazione interessa un unico riflettore (che deve avere, quindi, un'area relativamente ridotta), mentre nei focalizzatori di Fresnel



**Figura 2.6:** Tipologie più diffuse di concentratori solari: (a) parabolici cilindrici con asse orizzontale orientato nord-sud; (b) a riflettori di Fresnel con asse orizzontale orientato nord-sud; (c) parabolici sferici biassiali (d) con eliosati biassiali e ricevitore centrale.

la rotazione interessa diversi riflettori (la cui area complessiva, quindi, può essere relativamente elevata).

Sono a due gradi di libertà i focalizzatori parabolici sferici biassiali, schematizzati in Fig. 2.6 (c), ed i focalizzatori con eliosati biassiali e ricevitore centrale, schematizzati in Fig. 2.6 (d). In entrambi i casi la focalizzazione ha luogo su ricevitori relativamente piccoli, al limite puntiformi. Di conseguenza, le due tipologie sono funzionalmente simili e la differenza è data solo dalle modalità operative: nei focalizzatori parabolici sferici le rotazioni interessano un unico riflettore (di area necessariamente limitata), mentre nei focalizzatori con eliosati biassiali e ricevitore centrale le rotazioni interessano un numero anche molto grande di eliosati (la cui area complessiva può, quindi, essere decisamente elevata).



**Figura 2.7:** Scambio termico radiativo tra il Sole, schematizzato come una sfera di raggio  $R_s$ , ed un concentratore, posto alla distanza media Terra - Sole  $\bar{R}$ , che “vede” il disco solare attraverso un semiangolo  $\epsilon$ .

Evidentemente i focalizzatori vanno abbinati ad opportuni ricevitori le cui tipologie si possono già evincere dagli schemi di Fig. 2.6. Esse sono, rispettivamente:

- ricevitori distribuiti a tubo assorbitore, abbinati ai focalizzatori parabolici cilindrici continui od a riflettori di Fresnel;
- ricevitori centrali, abbinati ai focalizzatori ad eliostati, e
- semplici superfici assorbenti poste a diretto contatto con i dispositivi tecnologici di utilizzazione, abbinata ai focalizzatori parabolici sferici.

Le caratteristiche funzionali dei ricevitori saranno, comunque, illustrate in dettaglio nel Paragrafo 2.4.2.

### 2.4.1 Concentratori

Il parametro funzionale più importante per i sistemi ottici di concentrazione delle radiazioni solari è il valore del rapporto di concentrazione. Il primo passo per determinarlo è la definizione, con riferimento alla Fig.2.7, del rapporto di concentrazione geometrico

$$C = \frac{A_c}{A_r} \quad (2.19)$$

nel quale  $A_c$  è l'area dell'apertura di ingresso delle radiazioni nel sistema ottico, mentre  $A_r$  è l'area della superficie ricevente sulla quale le radiazioni vengono focalizzate.

Dalle considerazioni precedenti è facile evincere che i concentratori parabolici sferici (che, al limite, sono in grado di focalizzare su una superficie quasi puntiforme),

sono caratterizzati da un valore di  $C$  maggiore di quello tipico dei concentratori parabolici cilindrici (che, al limite sono in grado di focalizzare su una superficie quasi lineare). In tale contesto, tuttavia, può essere interessante determinare i limiti teorici dei rapporti di concentrazione per entrambe le tipologie.

Le ipotesi in cui ci si pone sono quelle che consentono di arrivare ad un bilancio termico, rappresentativo di una situazione limite ideale:

- il Sole si comporta come un corpo nero alla temperatura apparente  $T_s$ , mentre il ricevitore si comporta come un corpo nero alla temperatura  $T_r$ ;
- l'atmosfera è completamente trasparente alle radiazioni;
- la superficie ricevente può "perdere" calore solo per re-irraggiamento verso il Sole.

In tale situazione, il flusso termico radiativo che entra nel concentratore, non importa se parabolico o cilindrico, può venire espresso come

$$q_{s \rightarrow c} = A_c \sigma T_s^4 \left( \frac{R_s}{\bar{R}} \right)^2 \quad (2.20)$$

dove  $R_s$  è il raggio solare e  $\bar{R}$  è la distanza media Terra-Sole. Analogamente, il flusso termico radiativo che dal concentratore ritorna al Sole può venire espresso come

$$q_{c \rightarrow s} = A_r \sigma T_r^4 F_{rs} \quad (2.21)$$

dove  $F_{rs}$  è il fattore di vista rappresentativo della frazione di energia emessa dal ricevitore che può uscire verso il Sole.

Nel caso ideale, la temperatura dei ricevitori può, al più, uguagliare quella del Sole mentre i fattori di vista possono, al più, uguagliare i limiti ottici dei rispettivi sistemi (che, si noti, in presenza di specchi/lenti non sono assimilabili ai limiti geometrici dei fattori di vista definiti nella teoria dell'irraggiamento termico). Con riferimento alla trattazione classica di Rabl si può, quindi, assumere:  $F_{rs} = 1$  per i concentratori parabolici sferici e  $F_{rs} = R_s/R = \sin \varepsilon$  per i concentratori parabolici cilindrici. Pertanto, ponendo:  $T_r = T_s$  ed uguagliando i secondi membri delle (2.20) e (2.21), si arriva alla relazione intermedia

$$A_c \left( \frac{R_s}{\bar{R}} \right)^2 = A_r F_{rs} \quad (2.22)$$

dalla quale si ottiene

$$C = \frac{A_c}{A_r} = \left( \frac{\bar{R}}{R_S} \right)^2 F_{rs} = \left( \frac{\bar{R}}{R_S} \right)^2 = \frac{1}{\text{sen}^2 \varepsilon} \quad (2.23)$$

per i concentratori parabolici sferici e

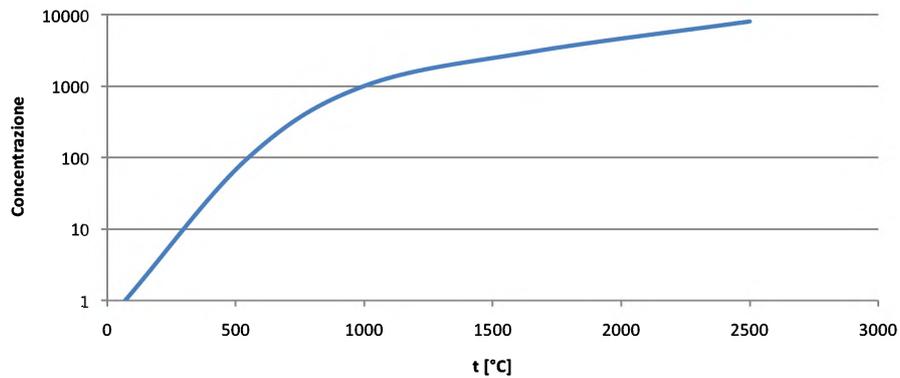
$$C = \frac{A_c}{A_r} = \left( \frac{\bar{R}}{R_S} \right)^2 F_{rs} = \left( \frac{\bar{R}}{R_S} \right)^2 \frac{R_S}{\bar{R}} = \frac{1}{\text{sen} \varepsilon} \quad (2.24)$$

per i concentratori parabolici cilindrici. Nell'Esempio 2.3, la stima del semiangolo sotteso dal Sole fornirà:  $\varepsilon = 0,54^\circ$  e, di conseguenza, i valori massimi possibili del rapporto di concentrazione geometrico  $C$  risultano pari a 46.200 per i concentratori parabolici sferici e 215 per i concentratori parabolici cilindrici.

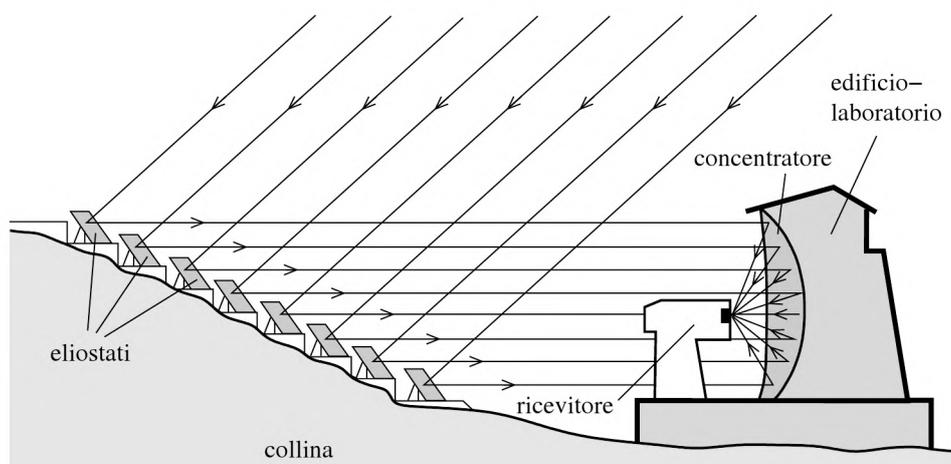
Nella realtà, i ricevitori non sono corpi neri ideali, i concentratori non focalizzano perfettamente e si hanno certamente perdite termiche aggiuntive rispetto a quelle, inevitabili, associate all'emissione di radiazioni nella direzione del Sole. Pertanto i valori del rapporto di concentrazione energetica effettiva sono abbastanza inferiori a quelli del rapporto di concentrazione geometrica.

Se poi si è interessati alle temperature operative dei concentratori solari, bisogna tener conto anche dei flussi termici utili sfruttati dalle apparecchiature tecnologiche ed, infatti, le temperature raggiunte dai ricevitori sono ben lontane da quella apparente del Sole. Tutto ciò non impedisce, tuttavia, che i livelli di temperatura operativa delle diverse tipologie di concentratori restino, in qualche modo, correlati ai valori di concentrazione energetica effettiva. Può, quindi, risultare interessante la Fig. 2.8, rappresentativa della fase attuale di sviluppo tecnologico. Come si può vedere, le temperature operative più basse (inferiori ai  $100^\circ\text{C}$ ), si hanno con il rapporto di concentrazione  $C = 1$  che contraddistingue i collettori solari piani. Seguono i riflettori di Fresnel ed i collettori parabolici cilindrici con temperature operative fino a  $550^\circ\text{C}$ , e la torre con eliostati biassiali con temperature operative dell'ordine degli  $800^\circ\text{C}$ . Seguono i collettori parabolici sferici con temperature operative superiori ai  $1.600^\circ\text{C}$ , e le fornaci solari che, a scopi di ricerca, sono utilizzate con temperature operative superiori ai  $2.000^\circ\text{C}$ .

Può essere interessante notare che le temperature operative delle fornaci solari vengono, generalmente, raggiunte attraverso l'impiego di due sistemi di concentrazione in serie. Ad esempio, nella fornace solare di Odeillo (inaugurata nel 1970 nell'omonimo comune francese sui Pirenei Orientali) una schiera di eliostati riflette le radiazioni solari su un concentratore parabolico sferico che, a sua volta, le focalizza su un'area dell'ordine di pochi decimetri quadrati. Come schematizzato nella Fig. 2.9, gli eliostati sono collocati su una collina prospiciente l'edificio-laboratorio (che



**Figura 2.8:** Relazione tra temperature operative raggiunte e rapporto di concentrazione effettiva per le diverse tipologie di concentratori [Elaborazione da M.A.S Pérez].



**Figura 2.9:** Schema funzionale della fornace solare di Odeillo con evidenziati gli eliostati, l'edificio-laboratorio con una parete esterna a specchio sagomata come un concentratore solare parabolico ed il ricevitore finale delle radiazioni.

ha una parete esterna a specchio sagomata come un concentratore solare parabolico), mentre il ricevitore è collocato su una torre di fronte all'edificio stesso. Le temperature operative variano a seconda del carico termico utile, passando dai 1.000°C richiesti per la fornitura di flussi termici elevati ai cicli termodinamici ad aria, ai 3.500°C richiesti per la fornitura di flussi termici molto ridotti ai crogioli utilizzati negli esperimenti di metallurgia.

**Esempio 2.3** Con riferimento alla distanza media Terra - Sole  $\bar{R} = 1,495 \cdot 10^{11}$  ed al raggio solare  $R_S = 6,955 \cdot 10^8$ , si calcoli il semiangolo  $\varepsilon$  attraverso il quale un concentratore "vede" il Sole.

### Soluzione

Con riferimento ai dati di partenza si ha

$$\text{sen } \varepsilon = \frac{R_S}{\bar{R}} = \frac{6,955 \cdot 10^8}{1,495 \cdot 10^{11}} = 0,0046522$$

e, di conseguenza, risulta

$$\varepsilon = \arcsen 0,0046522 = 0,27^\circ$$

in ottima concordanza con le misure astronomiche dirette. Pertanto, dalle (2.23) e (2.24) si ottiene

$$C_{sfer} = \left( \frac{1}{\text{sen } \varepsilon} \right)^2 = \left( \frac{1}{0,0046522} \right)^2 = 46200$$

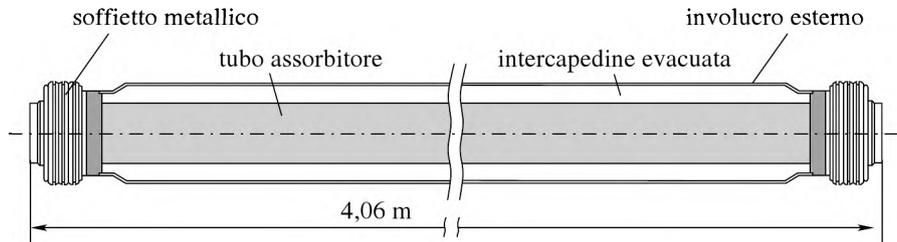
per i concentratori sferici e

$$C_{cil} = \frac{1}{\text{sen } \varepsilon} = \frac{1}{0,0046522} = 215$$

per i concentratori cilindrici.

### 2.4.2 Ricevitori

Nei collettori solari a concentrazione, i ricevitori operano con livelli di irradianza molto elevati e, di conseguenza, sono componenti molto interessanti dal punto di vista termotecnico. Nell'analisi che segue ci si occupa di ricevitori distribuiti a tubo assorbitore, impiegati nei sistemi a concentratori parabolici, e di ricevitori centrali a caldaia solare, impiegati nei sistemi ad eliostati. Non ci si occupa, invece, dei ricevitori con superficie assorbente a diretto contatto con i dispositivi tecnologici di

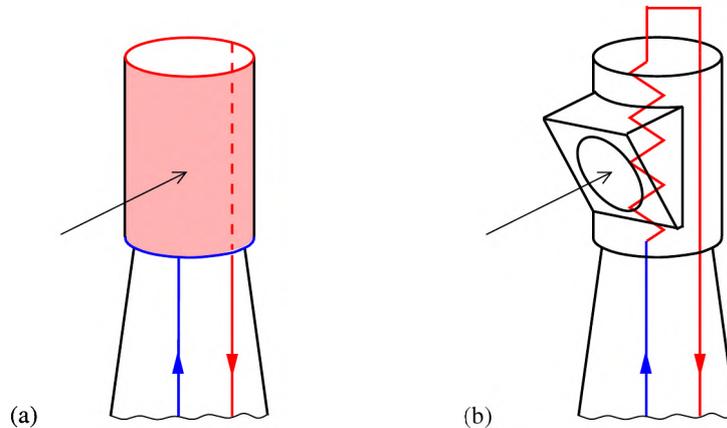


**Figura 2.10:** Ricevitori distribuiti a tubo assorbitore [fonte ENEA].

utilizzazione, impiegati nei concentratori parabolici sferici, in quanto la loro analisi va condotta nell'ambito delle rispettive tecnologie di utilizzazione.

#### Ricevitori distribuiti

Nell'impianto solare a ciclo combinato in corso di realizzazione nell'ambito del "Progetto Archimede", vengono utilizzati ricevitori distribuiti con tubo assorbitore di tecnologia innovativa. Tali ricevitori, schematizzati nella Fig. 2.10, sono in grado di portare il fluido vettore termico, costituito da una miscela di sali fusi (60% nitrato di sodio e 40% nitrato di potassio), alla temperatura di 550°C (ovvero ad una temperatura di 150 K superiore a quella raggiunta dai ricevitori precedenti dello stesso tipo). All'estremità di ciascun modulo-tubazione, lungo circa 4,06 m, sono montati dei giunti vetro-metallo a tenuta di vuoto, corredati da compensatori di dilatazione a soffietto, che consentono le dilatazioni termiche differenziali tra acciaio e vetro. Questa tecnologia consente di collegare più moduli in serie, realizzando collettori a tubo di lunghezza compresa tra 50 e 100 m. Un altro aspetto innovativo, ben illustrato nella figura, è il sistema utilizzato per ridurre a livelli trascurabili le perdite termiche convettive dei ricevitori. I tubi assorbitori in acciaio inossidabile, del diametro di 70 mm, sono incapsulati in un involucro di vetro del diametro di 125 mm al cui interno viene fatto il vuoto fino a circa 0,01 Pa. Per mantenere il vuoto nel tempo, nell'intercapedine evacuata viene inserito un dispositivo assorbitore chimico al bario (un metallo con forte affinità per l'ossigeno e buona affinità per l'azoto). Le perdite termiche per radiazione vengono, invece, ridotte utilizzando vetro ad alta trasmittanza delle radiazioni solari (96%) e rivestendo le tubazioni con uno strato sottile di CERMET, un materiale a comportamento spettralmente selettivo. Il CERMET, infatti, è un composto metallo-ceramico caratterizzato da una elevato coefficiente di assorbimento delle radiazioni solari (94%) e da valori relativamente bassi dell'emissività nell'infrarosso (variabili dal 10% a 400°C al 14% a 550°C).



**Figura 2.11:** Ricevitori centrali a superficie: (a) aperti e (b) a cavità.

### Ricevitori centrali

I ricevitori centrali utilizzati nei sistemi a torre e campo di specchi rientrano in due categorie principali: a superficie aperta od a superficie chiusa, a seconda che la superficie di scambio termico sia posta all'esterno od all'interno di una cavità. Generalmente, nei sistemi a superficie si utilizzano come vettori termici acqua/vapore o sali fusi e, di conseguenza, i ricevitori centrali sostituiscono le caldaie tradizionali. In tal caso, i due più diffusi schemi funzionali sono quelli di Fig. 2.11 che, come si vede, corrispondono, rispettivamente, ai ricevitori aperti (a sinistra) ed a cavità (a destra). Dal punto di vista termico si può dire che le perdite radiative e convettive sono maggiori nello schema aperto ma, in compenso, le perdite ottiche sono maggiori nello schema a cavità, in quanto si hanno maggiori difficoltà a concentrare le radiazioni entro un'apertura relativamente piccola.

## 2.5 IRRADIAZIONE DI SUPERFICI FUORI DALL'ATMOSFERA

Sino qui ci si è occupati dell'irradianza  $G$ , ovvero del flusso di energia solare che incide, in un determinato istante, su una superficie ricevente unitaria. In base alla definizione, l'irradianza viene misurata in watt per metro quadrato [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] e, come tale, non fornisce indicazioni immediate sull'irradiazione  $H$ , ovvero sull'energia solare che incide su una superficie irradiata unitaria durante un ben determinato intervallo di tempo. Nelle applicazioni dell'ingegneria solare, l'energia interessa più

del flusso ed, infatti, si preferisce far riferimento all'irradiazione incidente durante intervalli di tempo ben determinati (come, ad esempio, un'ora, un giorno, un mese od un anno).

Attese tali preferenze, l'irradiazione oraria viene valutata in megajoule per metro quadrato ed ora [MJ/(m<sup>2</sup> h)] e quella giornaliera in megajoule per metro quadrato e giorno [MJ/(m<sup>2</sup> d)]. Se, in alternativa, l'intervallo temporale di riferimento viene assunto pari ad un mese, si preferisce parlare di radiazione giornaliera media mensile  $\bar{H}$  mantenendo l'unità di misura [MJ/(m<sup>2</sup> d)]. Se, invece, l'intervallo temporale di riferimento è pari ad un anno, si usa parlare di radiazione annuale o, talvolta, di insolazione annuale ed, in questi casi, le unità di misura comunemente adottate sono i megajoule per metro quadrato ed anno [MJ/(m<sup>2</sup> a)]. Nella pratica, inoltre, l'energia viene spesso misurata in chilowattora, anziché in megajoule, ed in tale contesto va tenuto presente che i fattori di conversione sono, rispettivamente: 3,6 MJ/kWh e 0,2778 ( $\cong 1/3,6$ ) kWh/MJ. Infine, è importante osservare che l'irradiazione extra atmosferica, alla quale questo paragrafo fa riferimento, interessa in quanto le procedure di calcolo dell'irradiazione solare al livello del suolo richiedono le stime preliminari dell'irradiazione globale incidente su superfici, sia orizzontali sia inclinate, poste fuori dall'atmosfera.

### 2.5.1 Calcolo dell'irradiazione extra-atmosferica

In premessa va notato che, nel calcolo dell'irradiazione extra-atmosferica, si tiene conto delle variazioni della costante solare durante l'anno riscrivendo la relazione (1.36) nella forma

$$G_0 = \bar{G}_0 \left( 1 + 0,033 \cos \frac{360^\circ n}{365} \right) \quad (2.25)$$

nella quale, successivamente, si considera  $G_0$  continua a tratti, ovvero costante giorno per giorno.

#### Irradiazione di una superficie orizzontale

Nella stima dell'irradiazione extra-atmosferica incidente su una superficie orizzontale si parte dalla situazione geometrica schematizzata in Fig. 1.3 (a), dove l'angolo  $i$  tra i raggi solari e la normale alla superficie ricevente coincide con l'angolo di zenit  $z$ , ovvero con l'angolo formato dai raggi solari con la normale al suolo. Pertanto, tenendo conto delle espressioni (1.51) e (1.56), si arriva alla relazione

$$\begin{aligned} G_{0h} &= G_0 \cos z = G_0 [(\sin \delta \sin \varphi) + (\cos \delta \cos \varphi) \cos \omega] \\ &= G_0 (T_h + U_h \cos \omega) \end{aligned} \quad (2.26)$$

dove l'angolo orario  $\omega$  è considerato funzione continua del tempo, mentre sia  $G_0$ , definita dalla (2.25), sia  $\delta$ , definita dalla (1.38), sono considerate costanti nel corso della giornata  $n$ -sima.

Per calcolare l'irradiazione giornaliera, si deve integrare la (2.26) nell'intervallo temporale che va dall'alba  $-|\vartheta_{at}|$  al tramonto  $|\vartheta_{at}|$ , scrivendo

$$H_{0h} = \frac{1}{10^6} G_0 \int_{-|\vartheta_{at}|}^{|\vartheta_{at}|} (T_h + U_h \cos \omega) d\vartheta \quad (2.27)$$

dove l'integrale ha le dimensioni di secondi per giorno [s/d],  $G_0$  ha dimensioni di watt per metro quadrato [W/m<sup>2</sup>], ed il fattore di conversione  $10^6$  ha dimensioni di watt per megawatt [W/MW]. Di conseguenza, il risultato è espresso in megajoule per metro quadrato per giorno [MJ/(m<sup>2</sup> d)]. Per integrare in forma chiusa la (2.27), conviene operare il cambiamento di variabile

$$d\vartheta = \frac{86400}{2\pi} d\omega \quad (2.28)$$

dove 86.400 e  $2\pi$  sono, rispettivamente, i secondi ed i radianti in una giornata, e dove l'angolo orario è espresso in radianti (in quanto derivate ed integrali delle funzioni trigonometriche sono definiti per angoli espressi in radianti). Sostituendo la (2.28) nella (2.27) ed eseguendo le integrazioni, si ottiene l'espressione

$$\begin{aligned} H_{0h} &= \frac{86400}{2\pi 10^6} G_0 \int_{-|\omega_{at}|}^{|\omega_{at}|} (T_h + U_h \cos \omega) d\omega \\ &= \frac{0,0864}{2\pi} G_0 (2T_h |\omega_{at}| + 2U_h \sin |\omega_{at}|) \end{aligned} \quad (2.29)$$

nella quale, per convenienza, si può riconvertire  $|\omega_{at}|$  da radianti a gradi, ottenendo la relazione finale

$$H_{0h} = \frac{0,0864}{\pi} G_0 \left( \frac{\pi}{180^\circ} T_h |\omega_{at}| + U_h \sin |\omega_{at}| \right) \quad (2.30)$$

con  $H_{0h}$  espresso in megajoule per metro quadrato per giorno [MJ/(m<sup>2</sup> d)] grazie al fattore di conversione introdotto nella (2.27). Infine, per quanto riguarda i pedici utilizzati in questo paragrafo, non è superfluo far notare che il primo (0) caratterizza la collocazione extra-atmosferica delle superfici, mentre il secondo  $h$  caratterizza la posizione orizzontale delle superfici stesse e, di conseguenza, il fatto che l'angolo di incidenza  $i$  coincide con l'angolo di zenit  $z$ .

**Irradiazione di una superficie comunque orientata ed inclinata**

Nella stima dell'irradiazione extra-atmosferica incidente su una superficie comunque orientata ed inclinata, si parte dalla situazione geometrica schematizzata in Fig. 1.3 (b). Successivamente, tenendo conto delle espressioni (1.53) e (1.54), si arriva alla relazione

$$G_{0i} = G_0 \cos i = G_0(T + U \cos \omega + V \sin \omega) \quad (2.31)$$

e, procedendo come nel caso della superficie orizzontale, si ottiene la relazione

$$\begin{aligned} H_{0i} &= \frac{86400}{2\pi 10^6} G_0 \int_{\omega'}^{\omega''} (T + U \cos \omega + V \sin \omega) d\omega \\ &= \frac{0,0864}{2\pi} G_0 \left[ \frac{\pi}{180^\circ} T(\omega'' - \omega') + U(\sin \omega'' - \sin \omega') - V(\cos \omega'' - \cos \omega') \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

dove  $H_{0i}$  è espresso in megajoule per metro quadrato per giorno [MJ/(m<sup>2</sup> d)] ed, al secondo membro, gli angoli orari corrispondenti all'apparire ( $\omega'$ ) ed allo scomparire ( $\omega''$ ) del Sole sono stati riconvertiti in gradi.

Nel caso particolare di superficie inclinata rivolta a sud, basta tenere conto della (1.60) e porre nella (2.32):  $T = T_s$ ,  $U = U_s$  e  $V = 0$ . Si ottiene così

$$\begin{aligned} H_{0i} &= \frac{86400}{2\pi 10^6} G_0 \int_{\omega'}^{\omega''} (T_s + U_s \cos \omega) d\omega \\ &= \frac{0,0864}{\pi} G_0 \left( \frac{\pi}{180^\circ} T_s \omega'' + U_s \sin \omega'' \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

in quanto risulta sempre:  $|\omega'| = \omega''$ . Per quanto riguarda i pedici, infine, non è superfluo far notare che il primo (0) caratterizza la collocazione extra-atmosferica delle superfici, mentre il secondo  $i$  sta ad indicare il riferimento ad una superficie generica per la quale l'angolo di incidenza  $i$  non coincide con l'angolo di zenit  $z$ .

**Irradiazione giornaliera media mensile ed irradiazione annuale**

Nelle procedure di calcolo semplificate, l'irradiazione giornaliera media mensile è assunta pari all'irradiazione giornaliera associata al giorno medio rappresentativo di ciascun mese. Con riferimento alla Tabella 1.2, quindi, l'irradiazione giornaliera media mensile di gennaio è pari a quella del 17 gennaio, l'irradiazione giornaliera media mensile di febbraio è pari a quella del 16 febbraio, e così via. Pertanto le relazioni (2.30), (2.32) e (2.33) sono utilizzabili anche nel calcolo dell'irradiazione giornaliera media mensile, purché i parametri che vi compaiono siano valutati con riferimento ai valori  $\bar{n}$ ,  $G_0(\bar{n})$  e  $\delta(\bar{n})$  associati al giorno medio rappresentativo del mese. In tal caso, comunque, vengono utilizzate le notazioni  $\bar{H}_{0h}$  e  $\bar{H}_{0i}$  per indicare che si tratta di valori medi mensili, pur se valutati sulla base dei giorni medi rappresentativi.

In armonia con le semplificazioni introdotte, l'irradiazione annuale può essere calcolata sommando le irradiazioni giornaliere medie mensili moltiplicate per il numero di giorni di ciascun mese. Di conseguenza, si ha

$$(H_{0h})_{anno} = \sum_{j=1}^{12} (\bar{H}_{0h})_j n_j \quad (2.34)$$

$$(H_{0i})_{anno} = \sum_{j=1}^{12} (\bar{H}_{0i})_j n_j \quad (2.35)$$

dove  $j$  indica il numero progressivo del mese, ed  $n_j$  indica il numero di giorni del mese  $j$ . Ovviamente, l'applicazione delle relazioni (2.34) e (2.35) a periodi maggiori di un mese, ma diversi da un anno, non presenta difficoltà concettuali.

**Esempio 2.4** *Con riferimento anche ai risultati dell'Esempio 1.6, si calcolino le irradiazioni extra-atmosferiche medie giornaliere nel mese di gennaio alla latitudine nord  $\varphi = 44^\circ$ , che incidono su*

- una superficie orizzontale;
- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientata a sud-ovest con  $\gamma = 40^\circ$ ;
- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientata a sud (ovvero con  $\gamma = 0^\circ$ ).

### Soluzione

Dalla Tabella 1.2, per il giorno medio rappresentativo del mese di gennaio ( $\bar{n} = 17$ ), si ha:  $\delta(\bar{n}) = -20,92^\circ$  e  $G_0(\bar{n}) = 1.410 \text{ W/m}^2$ . Inoltre, nell'Esempio 1.6 si era trovato per quel giorno:  $|\omega_{at}| = 68,34^\circ$  come valore assoluto dell'angolo orario corrispondente all'alba ed al tramonto astronomici, ed  $\omega' = -58,72^\circ$  e  $\omega'' = 68,34^\circ$  come valori degli angoli di comparsa e scomparsa del Sole nel caso della superficie inclinata di  $\beta = 60^\circ$  e rivolta a sud-ovest con  $\gamma = 40^\circ$ , e  $\omega' = -68,34^\circ$  e  $\omega'' = 68,34^\circ$  come valori degli angoli di comparsa e scomparsa del Sole nel caso della superficie inclinata di  $\beta = 60^\circ$  e rivolta a sud (ovvero con  $\gamma = 0^\circ$ ).

### Superficie orizzontale

In questo caso si ha

$$T_h = \text{sen } \delta(\bar{n}) \text{ sen } \varphi = \text{sen}(-20,92^\circ) \text{ sen } 44^\circ = -0,2481$$

$$U_h = \text{cos } \delta(\bar{n}) \text{ cos } \varphi = \text{cos}(-20,92^\circ) \text{ cos } 44^\circ = 0,6719$$

e, quindi, dalla (2.30) risulta

$$\begin{aligned}\overline{H}_{0h} &= \frac{0,0864}{\pi} G_0 \left( \frac{\pi}{180^\circ} T_h |\omega_{at}| + U_h \operatorname{sen} |\omega_{at}| \right) \\ &= \frac{0,0864}{\pi} 1410 \left( -\frac{\pi}{180^\circ} 0,2481 \cdot 68,34^\circ + 0,6719 \operatorname{sen} 68,34^\circ \right) = 12,74 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2\text{d}}\end{aligned}$$

dove, come nel seguito, si utilizza il simbolo di media in quanto il risultato rappresenta la media giornaliera nel mese di gennaio.

#### Superficie inclinata di 60° rivolta a sud-ovest

Per  $\gamma = 40^\circ$ , nell'Esempio 1.6 si era già trovato:  $T = 0,0464$ ;  $U = 0,7665$  e  $V = 0,5200$  e, quindi, dalla (2.32) risulta

$$\begin{aligned}\overline{H}_{0i} &= \frac{0,0864}{2\pi} G_0 \left[ \frac{\pi}{180} T(\omega'' - \omega') + U(\operatorname{sen} \omega'' - \operatorname{sen} \omega') - V(\cos \omega'' - \cos \omega') \right] \\ &= \frac{0,0864}{2\pi} 1410 \left[ \frac{\pi}{180} 0,0464(68,34^\circ + 58,72^\circ) + 0,7664(\operatorname{sen} 68,34^\circ + \operatorname{sen} 58,72^\circ) \right. \\ &\quad \left. - 0,5200(\cos 68,34^\circ - \cos 58,72^\circ) \right] = 30,01 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2\text{d}}\end{aligned}$$

#### Superficie inclinata di 60° rivolta a sud

Per  $\gamma = 0^\circ$ , si ha

$$\begin{aligned}T_s &= \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen}(\varphi - \beta) = \operatorname{sen}(-20,92^\circ) = 0,0984 \\ U_s &= \cos \delta \operatorname{sen}(\varphi - \beta) = \cos(-20,92^\circ) \operatorname{sen}(44^\circ - 60^\circ) = 0,8980\end{aligned}$$

e, quindi, dalla (2.33) risulta

$$\begin{aligned}\overline{H}_{0i} &= \frac{0,0864}{\pi} G_0 \left( \frac{\pi}{180^\circ} T_s \omega'' + U_s \operatorname{sen} \omega'' \right) \\ &= \frac{0,0864}{\pi} 1410 \left( \frac{\pi}{180^\circ} 0,0984 \cdot 68,34^\circ + 0,8980 \operatorname{sen} 68,34^\circ \right) = 36,63 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2\text{d}}\end{aligned}$$

Pertanto, oltre a constatare la convenienza dell'orientazione sud, si può anche dedurre che, in gennaio, l'irraggiamento ricevuto da una superficie inclinata (anche se con orientazione non ottimale) è decisamente superiore all'irraggiamento ricevuto da una superficie orizzontale.

**Esempio 2.5** Si particolarizzino le relazioni (2.34) e (2.35) per il calcolo dell'irradiazione stagionale durante i periodi:

- 21 marzo - 20 settembre, convenzionalmente definito "estivo" e
- 21 settembre - 20 marzo, convenzionalmente definito "invernale".

### Soluzione

Per il periodo estivo basta tener conto del fatto che il mese di marzo (= 3) va pesato per 11 giorni, mentre il mese di settembre (= 9) va pesato per 20 giorni. Si avrà quindi

$$(H_{0h})_{estate} = (\overline{H}_{0h})_3 \cdot 11 + \sum_{j=4}^8 (\overline{H}_{0h})_j n_j + (\overline{H}_{0h})_9 \cdot 20$$

ed una relazione analoga per  $(H_{0i})_{estate}$ .

Per il periodo invernale si utilizzano due sommatorie e si tiene conto del fatto che il mese di marzo (= 3) va pesato per 20 giorni, mentre il mese di settembre (= 9) va pesato per 10 giorni. Si avrà quindi

$$(H_{0h})_{invernale} = (\overline{H}_{0h})_9 \cdot 10 + \sum_{j=10}^{12} (\overline{H}_{0h})_j n_j + \sum_{j=1}^2 (\overline{H}_{0h})_j n_j + (\overline{H}_{0h})_3 \cdot 20$$

ed una relazione analoga per  $(H_{0i})_{inverno}$ .

### 2.5.2 Rapporto tra irradiazioni

Se si dividono membro a membro le relazioni (2.32) e (2.30) si ricava il rapporto adimensionale

$$R_{Hh} = \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{(\pi/180^\circ)T(\omega'' - \omega') + U(\text{sen } \omega'' - \text{sen } \omega') - V(\cos \omega'' - \cos \omega')}{2 [(\pi/180^\circ)T_h |\omega_{at}| + U_h \text{sen } |\omega_{at}|]} \quad (2.36)$$

tra le irradiazioni globali (pedice  $H$ ) che, in una giornata qualunque, incidono su una superficie inclinata ed una superficie orizzontale di riferimento (pedice  $h$ ) poste fuori dall'atmosfera. Se poi si fa riferimento al giorno medio rappresentativo del mese, la relazione precedente continua a valere ma, generalmente, viene scritta nella forma

$$\overline{R}_{Hh} = \frac{\overline{H}_{0i}}{\overline{H}_{0h}} \quad (2.37)$$

evidenziando i valori medi. Infine, attesa la (2.9),  $\overline{R}_{Hh}$  può essere identificato anche con il rapporto tra le componenti dirette delle irradiazioni al suolo scrivendo

$$\overline{R}_{Hh} = \frac{\overline{H}_{0i}}{\overline{H}_{0h}} = \frac{\overline{H}_{fi}}{\overline{H}_{fh}} \quad (2.38)$$

Nella Sezione 2.6,  $\overline{R}_{Hh}$  verrà impiegato per stimare il valore incognito dell'irradiazione incidente su una superficie inclinata a partire dal valore noto dell'irradiazione al suolo. Nell'esempio che segue, invece,  $\overline{R}_{Hh}$  verrà utilizzato per caratterizzare, da un punto di vista energetico, il posizionamento di una superficie captante

**Esempio 2.6** Con riferimento ai risultati dell'Esempio 2.4, nel mese di gennaio alla latitudine nord  $\varphi = 44^\circ$  si calcolino i rapporti tra le le irradiazioni extra-atmosferiche medie giornaliere che incidono su

- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientata a sud-ovest con  $\gamma = 40^\circ$ ;
- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientata a sud ( $\gamma = 0^\circ$ ).

e la radiazione extra-atmosferica media giornaliera che incide su

- una superficie orizzontale

### Soluzione

Applicando le definizioni (2.36) e (2.37) alle due superfici, ed utilizzando una notazione semplificata "ad hoc" per il caso particolare, si ricava

$$\overline{R}_{\gamma=40^\circ} = \frac{\overline{H}_{0i}}{\overline{H}_{0h}} = \frac{30,01}{12,74} = 2,36$$

per la superficie orientata a sud-ovest ( $\gamma = 40^\circ$ ), e

$$\overline{R}_{\gamma=0^\circ} = \frac{\overline{H}_{0i}}{\overline{H}_{0h}} = \frac{36,63}{12,74} = 2,88$$

per la superficie orientata a sud ( $\gamma = 0^\circ$ ). Ovviamente anche in questo caso si constatata la convenienza dell'orientazione sud rispetto all'orientazione sud-ovest. Nel paragrafo che segue, considerazioni di questo tipo saranno impiegate per valutare quantitativamente, da un punto di vista energetico, l'influenza degli scostamenti da inclinazione ed orientamento ottimali.

### 2.5.3 Inclinazione e orientamento ottimali

Le analisi dell'irradianza di una superficie fissa, riportate nella Sezione 2.2, avevano permesso di valutare gli effetti dell'inclinazione  $\beta$  e dell'orientamento  $\gamma$  sugli andamenti del  $\cos i$ , inteso come rapporto tra l'irradianza della superficie in esame e l'irradianza di una superficie collocata nella stessa posizione ma ortogonale ai raggi

solari. In questo paragrafo, si esamineranno gli effetti di inclinazione ed orientamento sul parametro  $\overline{R}_{Hh}$ , inteso come rapporto tra irradiazione della superficie inclinata in esame ed irradiazione di una superficie orizzontale collocata nella stessa posizione. In questo modo l'attenzione passerà da un parametro legato ai flussi, come il  $\cos i$ , ad un parametro legato alle energie, come  $\overline{R}_{Hh}$ . Nelle analisi ci si riferirà ai rapporti tra le irradiazioni globali delle superfici poste ai limiti dell'atmosfera (che, tuttavia, coincidono con i rapporti omologhi tra componenti dirette dell'irradiazione) ed, ancora una volta, si prenderà in considerazione la latitudine media dell'Italia ( $\varphi = 40^\circ$ ) e si valuteranno separatamente le influenza di  $\beta$  e  $\gamma$ .

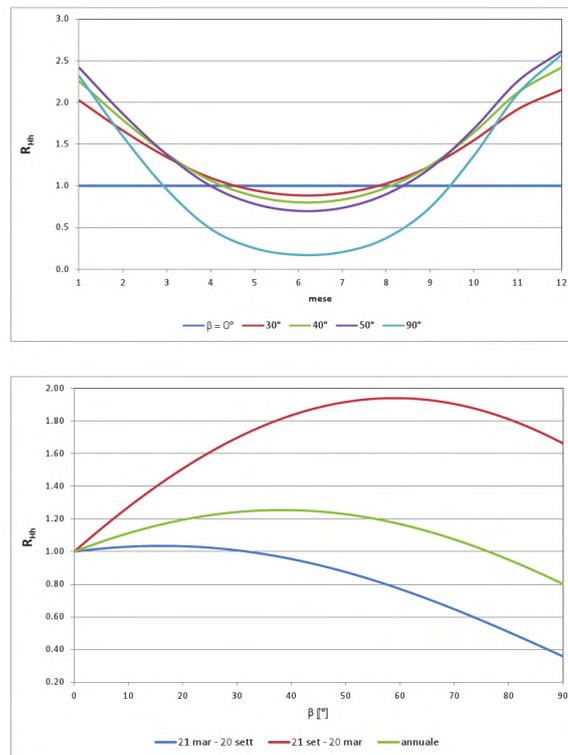
Per una superficie fissa con orientazione sud ( $\gamma = 0^\circ$ ), gli effetti sul parametro  $\overline{R}_{Hh}$  delle variazioni di inclinazione rispetto al valore pari alla latitudine (ovvero:  $\beta = \varphi = 40^\circ$ ) sono illustrati nella Fig. 2.12 facendo riferimento, separatamente, alle analisi mensili ed alle analisi annuali e stagionali. Le analisi mensili, sono in accordo con le conclusioni qualitative raggiunte attraverso l'esame delle irradianze ed, in particolare, indicano che

- un'inclinazione maggiore della latitudine di  $10^\circ$  privilegia il comportamento invernale senza penalizzare troppo il comportamento estivo mentre, viceversa, un'inclinazione minore della latitudine di  $10^\circ$  privilegia il comportamento estivo senza penalizzare troppo il comportamento invernale;
- le superfici orizzontali (come i tetti piani) presentano un ottimo comportamento estivo ma un mediocre comportamento invernale mentre, all'estremo opposto, le pareti verticali presentano un comportamento invernale discreto ma un comportamento estivo molto scadente.

Le analisi annuali e stagionali, inoltre, mostrano che

- la curva delle irradiazioni annuali è relativamente piatta e, di conseguenza, i piccoli scostamenti angolari dal massimo (che per il rapporto tra le componenti dirette dell'irradiazione si ha per  $\beta = \varphi = 40^\circ$ ), non penalizzano eccessivamente la resa energetica annuale;
- tutte le inclinazioni inferiori alla latitudine migliorano la resa energetica "estiva", mentre solo le inclinazioni maggiori della latitudine (ma non più di  $35^\circ$ ) migliorano la resa energetica invernale.

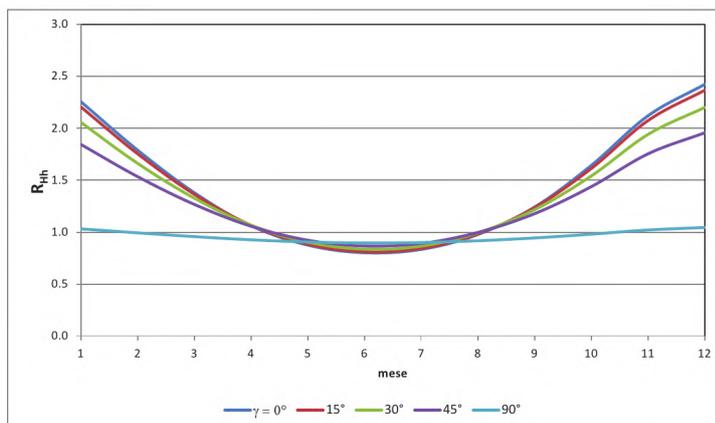
Per una superficie fissa con inclinazione pari alla latitudine ( $\beta = \varphi = 40^\circ$ ), l'influenza delle variazioni di azimut rispetto al valore ottimale ( $\gamma = 0$ ), è illustrata nelle Fig. 2.13. Come si può vedere



**Figura 2.12:** Influenze delle variazioni d'inclinazione  $\beta$  sull'irradiazione di una superficie fissa rivolta a sud alla latitudine  $\varphi = 40^\circ$ : analisi mensili (sopra) e analisi stagionali ed annuali (sotto).

- le variazioni di azimut, purché contenute entro i  $15^\circ$  in modulo, penalizzano la resa energetica in misura molto limitata;
- ovviamente la penalizzazione aumenta se si passa alle orientazioni sud-est e sud-ovest (ovvero a variazioni di azimut dell'ordine dei  $45^\circ$ ), e si accentua ulteriormente, soprattutto nel periodo invernale, se si passa alle orientazioni est od ovest, (ovvero a variazioni di azimut dell'ordine dei  $90^\circ$ ).

A conclusione del paragrafo, comunque, è importante sottolineare ancora una volta che i risultati raggiunti sinora, riguardano le sole componenti dirette delle irradiazioni, mentre i pannelli solari termici e fotovoltaici sono in grado di captare anche le



**Figura 2.13:** Influenze delle variazioni di azimut rispetto all'orientazione sud ( $\gamma = 0^\circ$ ) sull'irradiazione di una superficie fissa inclinata di  $\beta = 40^\circ$ .

componenti diffuse e riflesse. Sarà interessante, quindi, confrontare i risultati dell'analisi "geometrica" di questo paragrafo con quelli delle analisi, basate sull'elaborazione dei dati sperimentali relativi all'irradiazione al suolo, che saranno illustrate nella prossima sezione.

## 2.6 IRRADIAZIONE DI SUPERFICI AL SUOLO

L'algoritmo di calcolo descritto in questo paragrafo riprende il procedimento illustrato nel Paragrafo 1.3.3 facendo, però, riferimento all'irradiazione al suolo. La differenza fondamentale è che, questa volta, il punto di partenza del calcolo, ovvero l'irradiazione al suolo su un piano orizzontale, non deriva da stime ma è desunto da tabelle ufficiali, come quelle riportate nella Norma UNI 10349, o da mappe di radiazione giornaliera media mensile rilevate sperimentalmente, come nella procedura on-line implementata nel sito SolarItaly dell'ENEA.

Nella UNI 10349 sono riportate le componenti, diretta  $\overline{H}_{fh}$  e diffusa  $\overline{H}_{dh}$ , della radiazione al suolo su un piano orizzontale, e la radiazione globale  $\overline{H}_h$  va ricavata come somma

$$\overline{H}_h = \overline{H}_{fh} + \overline{H}_{dh} \quad (2.39)$$

Nel calcolo on-line dell'ENEA, invece, viene fatto riferimento al dato globale  $\overline{H}_h$ , ricavato sperimentalmente, e in base a tale dato si ottengono le componenti diretta  $\overline{H}_{fh}$  e diffusa  $\overline{H}_{dh}$  utilizzando correlazioni di letteratura. La diversità della scelta è motivata dall'ENEA osservando che i valori tabulati nella Norma UNI 10349 riguardano solo i capoluoghi di provincia mentre, per tutte le altre località, si deve interpolare linearmente.

Nel seguito si farà riferimento, essenzialmente, all'algoritmo dell'ENEA, in quanto è di uso molto conveniente, essendo implementato in un software gratuito disponibile on-line. Nelle considerazioni che seguono, inoltre, si assumeranno conosciute, in quanto calcolabili come illustrato nel Paragrafo 2.5.1, anche tutte le grandezze caratteristiche dell'irradiazione extra-atmosferica.

#### Algoritmo di calcolo

Innanzitutto, l'irradiazione al suolo su una superficie arbitrariamente orientata ed inclinata viene espressa mediante la relazione

$$\overline{H}_i = \overline{H}_{fi} + \overline{H}_{di} + \overline{H}_{ri} \quad (2.40)$$

che, essendo del tutto analoga alla (1.34) relativa all'irradianza, non ha bisogno di ulteriori giustificazioni. Successivamente, le diverse componenti al secondo membro della (2.40) sono valutate in sequenza sulla base di ipotesi semplificative e correlazioni di letteratura o, più semplicemente, per analogia con sviluppi analoghi già illustrati nel Paragrafo 1.3.3.

#### Stima della componente diretta

La componente diretta  $\overline{H}_{fi}$ , che incide sulla superficie inclinata, viene valutata in base all'ipotesi semplificativa, ormai universalmente accettata, che il rapporto medio mensile tra l'irradiazione giornaliera diretta al suolo su una superficie inclinata e quella su un piano orizzontale, sia uguale all'analogo rapporto valido per superfici poste al di fuori dell'atmosfera. Pertanto, in base alla (2.38) riferita al giorno medio rappresentativo, si può porre:

$$\overline{H}_{fi} = \overline{H}_{fh} \overline{R}_{Hh} \quad (2.41)$$

dove  $\overline{H}_{fh}$  è ricavato da tabelle o misurato, mentre  $\overline{R}_{Hh}$  è calcolato come  $\overline{R}_{Hh} = \overline{H}_{0i} / \overline{H}_{0h}$ . Infine, utilizzando anche la (2.39), si ottiene

$$\overline{H}_{fi} = (\overline{H}_h - \overline{H}_{dh}) \overline{R}_{Hh} \quad (2.42)$$

dove  $\overline{H}_h$  e  $\overline{R}_{Hh}$  sono considerati noti. Tuttavia, come si è già osservato,  $\overline{H}_{dh}$  è riportato nelle tabelle della UNI 10349 mentre è valutato in base a correlazioni di

letteratura nell' algoritmo dell' ENEA.

### Stima della componente diffusa

La componente diffusa che raggiunge la superficie inclinata ( $\overline{H}_{di}$ ), viene valutata per analogia con la (1.26), scrivendo

$$\overline{H}_{di} = \overline{H}_{dh} F_{ih} = \overline{H}_{dh} \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (2.43)$$

dove  $F_{ih}$ , esplicitato al terzo membro, è il fattore di vista della superficie inclinata  $i$  rispetto alla sovrastante superficie orizzontale ideale  $h$  mentre, come si è detto,  $\overline{H}_{dh}$  è riportato nelle tabelle della UNI 10349, o è valutato in base a correlazioni di letteratura nell' algoritmo dell' ENEA. In quest' ultimo caso si può utilizzare, ad esempio, la correlazione suggerita dalla Norma UNI 8477-1

$$\frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} = 0,881 - 0,972 \overline{K}_T \quad (2.44)$$

dove

$$\overline{K}_T = \frac{\overline{H}_h}{\overline{H}_{h0}} \quad (2.45)$$

rappresenta l' indice di soleggiamento medio in quanto è il rapporto, riferito al piano orizzontale, tra irradiazione giornaliera media mensile al suolo (ricavata dalle tabelle o risultante dalle misure sperimentali) ed irradiazione giornaliera media mensile ai limiti dell' atmosfera (calcolata).

### Stima della componente riflessa

La componente riflessa che raggiunge la superficie inclinata ( $\overline{H}_{ri}$ ) viene valutata per analogia con la (1.33), scrivendo

$$\overline{H}_{ri} = \rho_s \overline{H}_h F_{is} = \rho_s \overline{H}_h \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.46)$$

dove  $F_{is}$ , esplicitato al terzo membro, è il fattore di vista della superficie inclinata  $i$  rispetto al suolo  $s$ .

### Irradiazione globale

Sommando le diverse componenti dell' irradiazione sulla superficie inclinata, si può riscrivere la (2.40) nella forma

$$\overline{H}_i = (\overline{H}_h - \overline{H}_{dh}) \overline{R}_{Hh} + \overline{H}_{dh} \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho_s \overline{H}_h \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.47)$$

dalla quale, dividendo entrambi i membri per  $\overline{H}_h$ , si ottiene

$$\overline{R} = \frac{\overline{H}_i}{\overline{H}_h} = \left(1 - \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h}\right)\overline{R}_{Hh} + \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho_s \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.48)$$

ovvero il rapporto medio mensile tra irradiazione incidente sulla superficie inclinata ed irradiazione al suolo. Nella (2.48), ovviamente, il rapporto  $\overline{H}_{dh}/\overline{H}_h$  viene valutato direttamente nella UNI 10349, ed in base a correlazioni di letteratura, come la (2.44), nel calcolo ENEA.

**Esempio 2.7** Con riferimento alla procedura di calcolo esemplificata nella Norma UNI 8477-1, assumendo un coefficiente di riflessione del suolo  $\rho_s = 0,2$  e partendo dai risultati dell'Esempio 2.4, si calcolino le irradiazioni al suolo medie giornaliere nel mese di gennaio a Rimini ( $\varphi = 44^\circ 03'$ ,  $\psi = 12^\circ 34'$ ), riferite a

- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientazione sud-ovest con  $\gamma = 40^\circ$ ;
- una superficie con inclinazione  $\beta = 60^\circ$  ed orientazione sud ( $\gamma = 0^\circ$ ).

Nello svolgimento si utilizzino prima i dati della Norma UNI 10349 e, successivamente, il software ENEA ed, alla fine, si discutano i risultati ottenuti.

### Soluzione

Procedendo nell'ordine suggerito si ottiene quanto segue.

#### Utilizzazione della Norma UNI 10349

Nel Prospetto VIII della Norma UNI 10349 si legge per Rimini:  $\overline{H}_{dh} = 2,5 \text{ MJ}/(\text{m}^2 \text{ d})$  e  $\overline{H}_{fh} = 2,1 \text{ MJ}/(\text{m}^2 \text{ d})$ . Di conseguenza si ha anche

$$\overline{H}_h = \overline{H}_{dh} + \overline{H}_{fh} = 2,5 + 2,1 = 4,6 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2 \text{ d}}$$

$$\frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} = \frac{2,5}{4,6} = 0,544$$

Nell'Esempio 2.4, relativo a  $\varphi = 44^\circ$ , si era trovato  $\overline{H}_{0h} = 12,74 \text{ MJ}/(\text{m}^2 \text{ d})$ , oltre che

- $\overline{H}_{0i} = 30,01 \text{ MJ}/(\text{m}^2 \text{ d})$  e  $\overline{R}_{Hh} = \overline{H}_{0i}/\overline{H}_{0h} = 2,36$  per la superficie orientata a sud-ovest ( $\gamma = 40^\circ$ ) e

- $\overline{H}_{0i} = 36,63 \text{ MJ}/(\text{m}^2 \text{ d})$  e  $\overline{R}_{Hh} = \overline{H}_{0i}/\overline{H}_{0h} = 2,88$  per la superficie orientata a sud ( $\gamma = 0^\circ$ ).

Dalla (2.48) si ottiene, allora, per la superficie orientata a sud-ovest ( $\gamma = 40^\circ$ )

$$\begin{aligned}\overline{R} &= \left(1 - \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h}\right)\overline{R}_{Hh} + \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho_s \frac{1 - \cos \beta}{2} \\ &= (1 - 0,544)2,36 + 0,544 \frac{1 + \cos 60^\circ}{2} + 0,2 \frac{1 - \cos 60^\circ}{2} \\ &= 1,08 + 0,41 + 0,05 = 1,54\end{aligned}$$

e

$$\overline{H}_i = \overline{H}_h \overline{R} = 4,6 \cdot 1,54 = 7,08 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2 \text{ d}}$$

Sempre dalla (2.48) si ottiene, invece, per la superficie orientata a sud ( $\gamma = 0^\circ$ )

$$\begin{aligned}\overline{R} &= \left(1 - \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h}\right)\overline{R}_{Hh} + \frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho_s \frac{1 - \cos \beta}{2} \\ &= (1 - 0,544)2,88 + 0,544 \frac{1 + \cos 60^\circ}{2} + 0,2 \frac{1 - \cos 60^\circ}{2} \\ &= 1,32 + 0,41 + 0,05 = 1,78\end{aligned}$$

e

$$\overline{H}_i = \overline{H}_h \overline{R} = 4,6 \cdot 1,78 = 8,19 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2 \text{ d}}$$

#### Utilizzazione del software ENEA

Per le coordinate geografiche di Rimini: latitudine  $\varphi = 44^\circ 03'$  e longitudine  $\psi = 12^\circ 34'$ , il software ENEA fornisce

- radiazione media mensile nel mese di gennaio al suolo:  $\overline{H}_h = 5,55 \text{ MJ}/\text{m}^2$ ;
- radiazione media mensile per la superficie inclinata con  $\beta = 60^\circ$  e  $\gamma = 40^\circ$ :  $\overline{H}_i = 9,32 \text{ MJ}/\text{m}^2$ ;
- radiazione media mensile per la superficie inclinata con  $\beta = 60^\circ$  e  $\gamma = 0^\circ$ :  $\overline{H}_i = 10,96 \text{ MJ}/\text{m}^2$ .

ovvero dei valori abbastanza diversi da quelli ottenuti mediante il calcolo con la Norma UNI 10349. Ovviamente, il software ENEA è molto più semplice da utilizzare e

**Tabella 2.1:** Radiazioni medie mensili ed annuali al suolo a Rimini, secondo la Norma UNI 10349 ed il software ENEA.

Valori	UNI 10349 MJ/m <sup>2</sup>	ENEA MJ/m <sup>2</sup>
gennaio	4,6	5,6
febbraio	7,8	8,7
marzo	12,7	13,5
aprile	16,9	17,5
maggio	21,7	23,3
giugno	25,7	23,2
luglio	24,2	23,2
agosto	21,9	19,6
settembre	16,2	15,2
ottobre	10,3	10,2
novembre	5,7	6,0
dicembre	4,1	4,4
ANNO	5.239	5.143

conduce a risultati ragionevoli in tempi molto più brevi del calcolo secondo la Norma UNI. Non va dimenticato, tuttavia, che solo le Norme UNI hanno valore legale nella pratica professionale.

#### Confronto tra utilizzazioni della UNI 10349 e del software ENEA

La differenza più importante tra i risultati ai quali si perviene riguarda proprio il dato su cui si basa l'intero calcolo. Infatti, il valore della radiazione media mensile nel mese di gennaio al suolo è  $\overline{H}_h = 4,6 \text{ MJ/m}^2$  per la Norma, mentre è un valore superiore di oltre il 20%, ovvero  $\overline{H}_h = 5,55 \text{ MJ/m}^2$  per l'ENEA. La differenza, comunque, si attenua su base annuale, come si può vedere dalla Tabella 2.1. Nel caso esaminato, ad esempio, la Norma sottovaluta i mesi invernali mentre sopravvaluta i mesi estivi per arrivare ad un valore annuale del tutto confrontabile con il dato ottenuto mediante il software ENEA.

Per quanto riguarda, invece, il valore del rapporto tra la componente diffusa e la radiazione globale al suolo, l'accordo è molto buono in quanto si ha

$$\frac{\overline{H}_{dh}}{\overline{H}_h} = 0,881 - 0,972\overline{K}_T = 0,881 - 0,972\frac{\overline{H}_h}{\overline{H}_{0h}} = 0,881 - 0,972\frac{4,6}{12,74} = 0,53$$

per il software ENEA, contro il valore 0,544 stimato in precedenza sulla base dei valori riportati nella UNI 10349.

### 2.6.1 Fattore di inclinazione ed orientamento

La normativa statunitense sulla concessione di incentivi fiscali per i pannelli solari fotovoltaici impone una valutazione preliminare del fattore di inclinazione ed orientamento (*TOF* - Tilt and Orientation Factor) caratteristico della località e dell'installazione proposta. Tale parametro è definito, per una località di latitudine  $\varphi$  e longitudine  $\psi$ , come rapporto

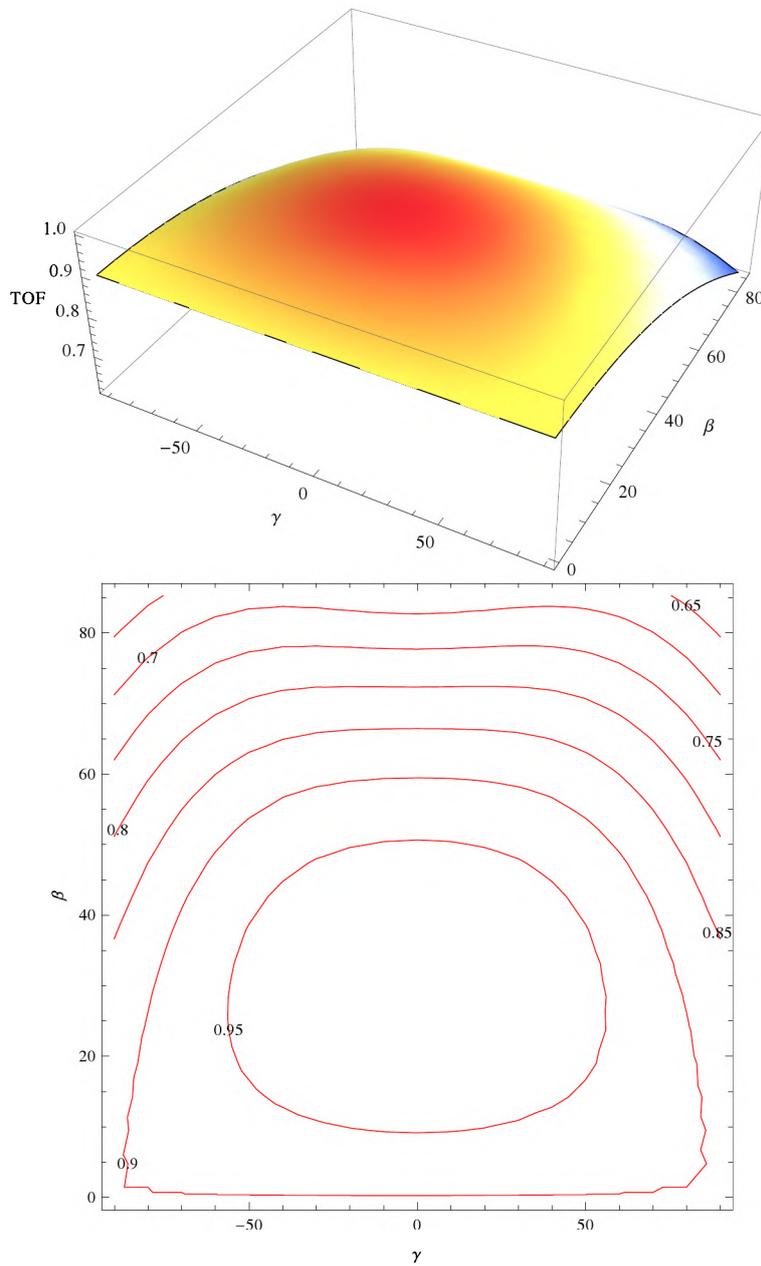
$$TOF = \frac{\overline{H}(\beta, \gamma)}{\overline{H}_{max}} \quad (2.49)$$

tra l'irradiazione annuale, che incide su un collettore solare avente inclinazione  $\beta$  ed azimut  $\gamma$ , e l'irradiazione annuale massima ottenibile nella stessa località con inclinazione ed azimut ottimali.

Per la sua semplicità il *TOF* sta incontrando un favore crescente in sede internazionale e, di conseguenza, appare opportuno illustrare la costruzione dei diagrammi che ne rendono possibile l'applicazione. A tal fine, si può fare riferimento alla situazione di Roma ( $\varphi = 41^\circ 53'$ ,  $\psi = 12^\circ 28'$ ), sia per l'importanza della località sia per la posizione baricentrica rispetto all'Italia. Mantenendo fisse le coordinate ( $\varphi = 41^\circ 53'$ ,  $\psi = 12^\circ 28'$ ), attraverso applicazioni ripetute del software ENEA è possibile variare l'inclinazione tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$  e l'azimut tra  $-90^\circ$  e  $90^\circ$  (ad esempio con passi  $\Delta\beta = \Delta\gamma = 5^\circ$ ) ottenendo così una griglia ragionevolmente fitta di valori  $\overline{H}(\beta, \gamma)$ . A questo punto, i valori ottenuti possono essere normalizzati rispetto al valore massimo  $\overline{H}_{max}$ , identificato, per interpolazione, con:  $\overline{H}(30^\circ, 0^\circ) = 6,177 \text{ MJ/m}^2$ . Infine, attraverso l'applicazione della (2.49), si giunge alla griglia di valori del *TOF* che può essere resa in forma grafica come illustrato nella Fig. 2.14.

Una volta che, per una località, si disponga di un diagramma come quello di Fig. 2.14, basta riportare su di esso inclinazione ed azimut prescelti per i collettori solari che si intende installare e valutare, di conseguenza, il valore risultante per il fattore di inclinazione ed orientamento. Ovviamente è buona regola mantenersi su valori *TOF*  $> 90\%$  anche perché, come si vede, il diagramma collinare ha un andamento abbastanza piatto e, già nell'ambito della scelta consigliata, sono possibili moltissime combinazioni di  $\beta$  e  $\gamma$ .

A conclusione del paragrafo, tuttavia, è opportuno chiedersi quali differenze di risultato vi possano essere tra le scelte di inclinazione ed orientamento ottimali effettuate valutando il *TOF* con il software ENEA, e le scelte alternative basate su metodologie più semplici, come quelle geometriche illustrate nel Paragrafo 2.5.3. Il software ENEA, basato su metodologie sperimentali, è, certamente, più affidabile ma è legato ad una singola località, mentre le metodologie geometriche del Paragrafo 2.5.3, tengono conto delle sole componenti dirette dell'irradiazione ma forniscono



**Figura 2.14:** Valori del fattore di inclinazione ed orientamento (*TOF*) per Roma ottenuti mediante l'impiego del software ENEA: (a) diagramma collinare e (b) curve isolivello.

risultati validi per tutte le località poste alla stessa latitudine. Nel caso della latitudine di Roma, ad esempio, con le metodologie geometriche discusse nell'Esempio 2.8, si ottengono diagrammi del tipo di quelli presentati Fig. 2.15.

Evidentemente, diagrammi come quello di Fig. 2.14 sono più affidabili, ma ragioni di semplicità fanno spesso propendere, nelle applicazioni, per diagrammi del tipo di quello di Fig. 2.15. Per questa ragione, il confronto dei risultati ottenuti con le metodologie sperimentali e geometriche, illustrato sempre nell'Esempio 2.8, ha grande rilevanza pratica.

**Esempio 2.8** *Con riferimento alla situazione di Roma, si illustri la costruzione del diagramma di Fig. 2.15 relativo al fattore di inclinazione ed orientamento valutato in base alle sole componenti dirette dell'irradiazione ( $e$ , di conseguenza, definito  $TOF^*$  nel seguito), e si confrontino i risultati così ottenuti con quelli rappresentati in Fig. 2.14 e relativi al  $TOF$  calcolato con la procedura dell'ENEA.*

### Soluzione

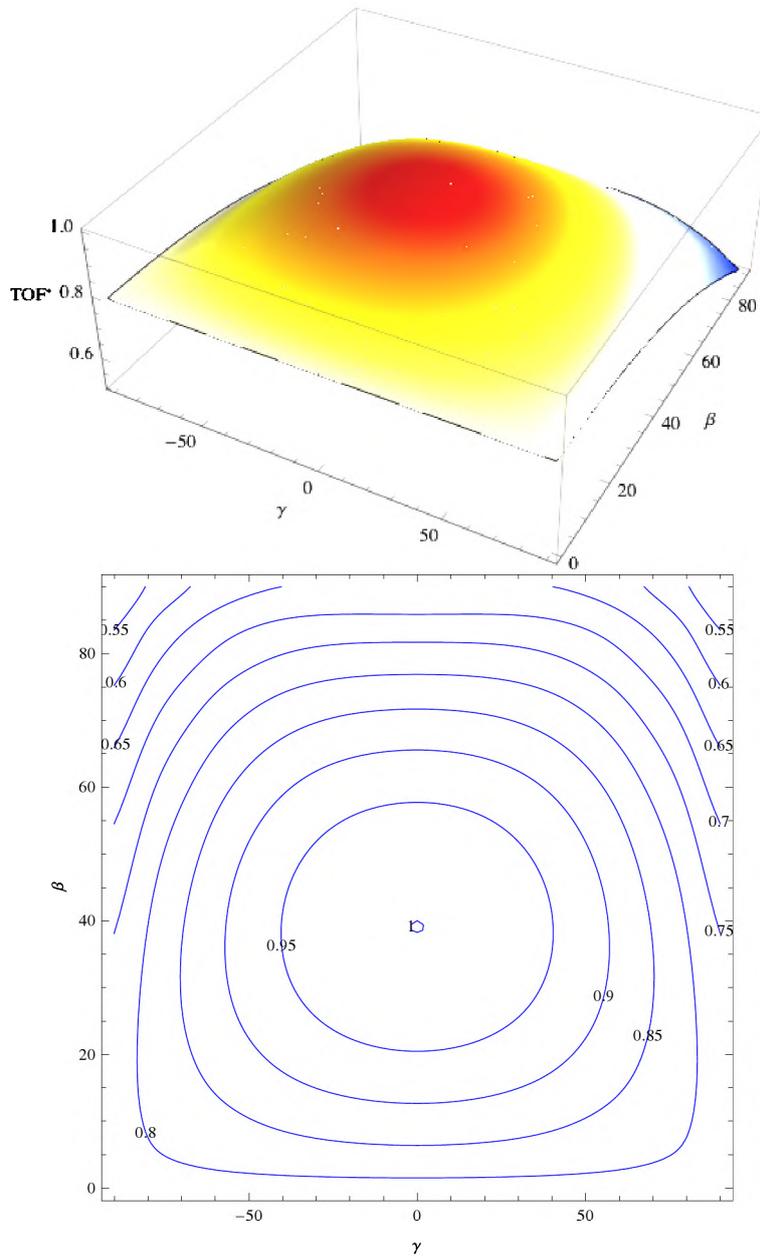
Il modo più semplice per arrivare ad una definizione equivalente alla (2.49), ma basato sulle sole componenti dirette, si fonda su una ovvia rielaborazione della (2.38). Una volta che si disponga del valore di  $(\bar{R}_{Hh})_{max}$  determinato su una griglia abbastanza fitta di valori  $(\beta, \gamma)$  si può, infatti scrivere

$$TOF^* = \frac{\bar{R}_{Hh}(\beta, \gamma)}{(\bar{R}_{Hh})_{max}}$$

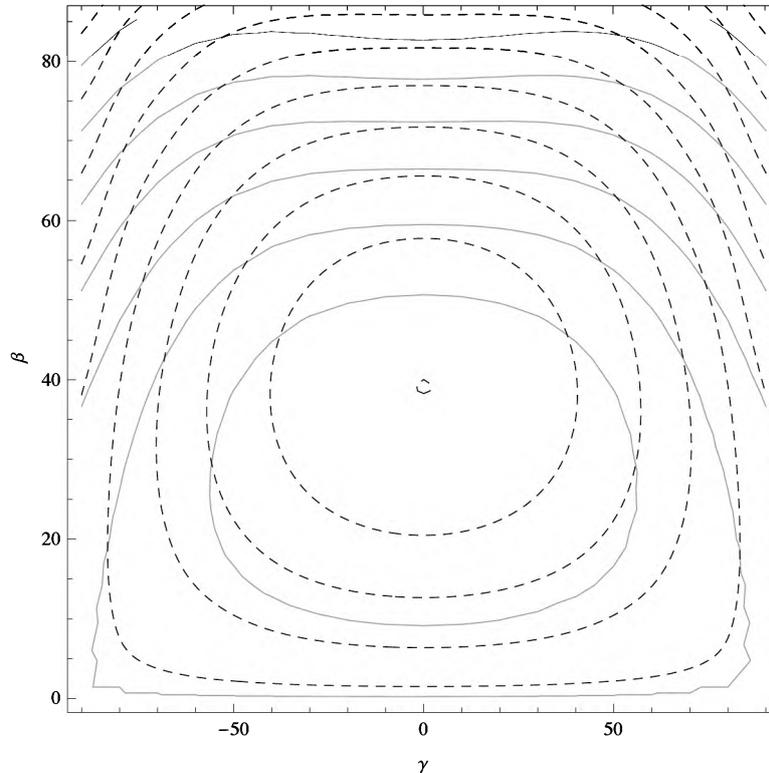
in quanto

$$\frac{\bar{R}_{Hh}(\beta, \gamma)}{(\bar{R}_{Hh})_{max}} = \frac{\bar{H}_{0i}/\bar{H}_{0h}}{(\bar{H}_{0i})_{max}/\bar{H}_{0h}} = \frac{\bar{H}_{0i}}{(\bar{H}_{0i})_{max}} = \frac{\bar{H}_{fi}}{(\bar{H}_{fi})_{max}} \equiv \frac{\bar{H}_f(\beta, \gamma)}{(\bar{H}_f)_{max}}$$

Tale constatazione consente di arrivare alla griglia di valori del  $TOF^*$  che, nella Fig. 2.16, viene confrontata con l'analogha griglia dei valori di  $TOF$ . Come si vede dal confronto, la differenza principale è che la metodologia geometrica, basata sulle sole componenti dirette, identifica un'inclinazione ottimale pari alla latitudine, mentre il software ENEA, che prende in considerazione anche le componenti diffuse e riflesse, identifica un'inclinazione ottimale inferiore alla latitudine di circa  $8^\circ$ . Ciò si spiega col fatto che, in condizioni operative medie invernali, le inclinazioni inferiori alla latitudine continuano a captare la componente diffusa (che è isotropa) e, di conseguenza, su base annuale sono penalizzate meno di quello che si può dedurre considerando solo la componente diretta.



**Figura 2.15:** Valori del fattore di inclinazione ed orientamento ( $TOF^*$ ) per Roma ottenuti mediante l'impiego di metodologie geometriche che tengono conto delle sole componenti dirette dell'irradiazione: (a) diagramma collinare e (b) curve isolivello.



**Figura 2.16:** Confronto tra i fattori di inclinazione ed orientamento per Roma ottenuti mediante l'impiego del software ENEA (curve isolivello continue) e la metodologia geometrica basata sulle sole componenti dirette dell'irradiazione (curve isolivello tratteggiate).

### 2.6.2 Valutazione semplificata dell'irradiazione solare annuale

La produzione media di un impianto solare, sia termico sia fotovoltaico, è necessariamente proporzionale alla radiazione solare annuale in arrivo al suolo nel luogo in cui l'impianto stesso è posizionato. A sua volta, come rilevato nei paragrafi precedenti, la radiazione annuale è influenzata dalla latitudine (che determina la lunghezza del percorso dei raggi nell'atmosfera), e dalle condizioni atmosferiche prevalenti nel luogo di installazione (che determinano la riflessione, l'assorbimento e la rifrazione da parte delle nubi e delle polveri sospese). Le mappe di irraggiamento annuale medio, ricavate sulla base di misure relative ad intervalli di tempo pluriennali, sono, quindi, di grande interesse per le scelte politiche sull'entità degli incentivi. Una di queste mappe è riportata in Fig. 2.17 per l'Italia, dove si fa riferimento all'irradiazione incidente al suolo. L'unità di misura adottata nella mappa è il chilowattora per

**Tabella 2.2:** Fattori di correzione da applicare ai valori di irraggiamento medio annuale di Fig. 2.17 per le diverse situazioni di inclinazione ed orientazione [Fonte Centre Energies Renouvelables “Phébus Ariège”].

Orient./Inclinaz.	0°	30°	60°	90°
Est	1,00	0,97	0,84	0,59
Sud-Est	1,00	1,03	0,95	0,71
Sud	1,00	1,08	0,98	0,73
Sud-Ovest	1,00	1,03	0,95	0,71
Ovest	1,00	0,97	0,84	0,59

anno e per metro quadrato di superficie captante [kWh/(m<sup>2</sup>anno)] per il quale, come si è detto, vale il fattore di conversione 1 kWh = 3,6 MJ. La distribuzione, evidenziata dai falsi colori, non risulta sorprendente in quanto identifica le zone più adatte all’installazione degli impianti solari nella Sardegna, che è relativamente poco inquinata, e nella Sicilia, che si trova alle latitudini più basse. D’altra parte anche nelle regioni del Nord, certamente meno favorite, si hanno valori tali da non scoraggiare l’utilizzo dell’energia solare.

È poi interessante chiedersi come si possa passare rapidamente dai valori di radiazione media annuale incidente su un piano orizzontale, a quelli di radiazione media annuale incidente su superfici captanti variamente inclinate ed orientate. Se ci si accontenta di una risposta approssimata, si può fare riferimento alla Tabella 2.2 che riporta i fattori di correzione da applicare ai valori di irraggiamento medio annuale di Fig. 2.17 per le diverse situazioni di inclinazione ed orientamento. I valori della tabella sono riferiti agli impianti fotovoltaici e, per quanto riguarda l’inclinazione, sono stati ottenuti assumendo una latitudine media italiana pari a 40° (e, di conseguenza, un’inclinazione ottimale sul piano orizzontale pari a  $\beta = \alpha - 10 = 30^\circ$ ). Attesa tale approssimazione, si può osservare che i pannelli fotovoltaici orizzontali ( $\beta = 0^\circ$ ) sono poco penalizzati rispetto ai pannelli fotovoltaici inclinati in maniera ottimale ( $\beta = 30^\circ$ ) mentre, al contrario, i pannelli fotovoltaici verticali ( $\beta = 90^\circ$ ) sono caratterizzati da penalizzazioni decisamente elevate. Per quanto riguarda l’orientazione, invece, la scelta ottimale è, chiaramente, il Sud ma le penalizzazioni introdotte scegliendo le orientazioni Sud-Est e Sud-Ovest sono molto basse.

## 2.7 CONCLUSIONI

In questo capitolo ci si è occupati del posizionamento delle superfici captanti con l’obiettivo di ottimizzare inclinazione ed orientamento. In un primo tempo l’obiettivo è



**Figura 2.17:** Irradiazione solare media annuale in Italia incidente su superfici orizzontali, espressa in chilowattora per metro quadrato ed anno [Fonte PVGIS ©European Communities 2001-2008].

stato perseguito considerando gli andamenti nel tempo dell'irradianza, la grandezza che misura il flusso radiativo solare incidente su una superficie unitaria. Successivamente, si è considerata l'irradiazione, la grandezza che misura l'energia solare incidente su una superficie unitaria durante un periodo di tempo. Nelle applicazioni dell'ingegneria solare, infatti, l'energia interessa più del flusso, al punto che le procedure di calcolo dell'irradiazione sono oggetto di norme ben precise che si applicano a tutte le utilizzazioni dei settori termico e fotovoltaico. Nel testo in particolare

- Si sono richiamate le relazioni del  $\cos i$  che legano l'irradianza di una superficie fissa ortogonale ai raggi solari all'irradianza di una superficie ricevente la cui normale è caratterizzata un angolo di incidenza  $i$  rispetto alla direzione dei raggi solari.
- Sulla base degli andamenti del  $\cos i$  agli equinozi ed ai solstizi, ovvero durante le giornate rappresentative delle condizioni di irradianza medie ed estreme, si sono visualizzate le influenze, sugli andamenti nel tempo dell'irradianza, delle variazioni d'inclinazione e di azimut.
- Si è ricavato il valore del rapporto tra le irradianze globali incidenti su una superficie inclinata ed una superficie ortogonale ai raggi del Sole poste fuori dall'atmosfera, e si è constatato come tale rapporto coincida con il rapporto omologo tra le componenti dirette delle irradianze al suolo.
- Si è accennato al problema dell'ombreggiamento, ovvero alla determinazione degli angoli di comparsa e scomparsa del sole rispetto alle ostruzioni responsabili dell'ombreggiamento stesso.
- Si sono esaminati gli inseguitori solari, cioè le superfici riceventi in grado di muoversi in modo da mantenere il più basso possibile, nel corso dell'intera giornata, il  $\cos i$ .
- Con riferimento alle relazioni che esprimono gli andamenti di  $\cos i$  per diverse categorie di inseguitori, si sono discusse le prestazioni ottenibili con gli inseguitori monoassiali (ad asse orizzontale, ad asse verticale e ad asse inclinato) e con gli inseguitori biassiali.
- Si sono illustrate le tipologie più diffuse di concentratori solari, distinguendo tra il focalizzatore, che fa convergere le radiazioni in una zona ristretta, ed il ricevitore, che assorbe le radiazioni e le converte in altre forme di energia (generalmente, termica o fotovoltaica).

- Si è definito il rapporto geometrico di concentrazione e si è dimostrato come il valore teorico massimo di tale rapporto sia di due ordini di grandezza maggiore per i concentratori parabolici sferici (anche nella versione con eliostati biassiali e ricevitore centrale) rispetto ai concentratori parabolici cilindrici.
- Si sono descritte le due tipologie più diffuse di ricevitori: a tubo assorbitore, impiegati negli impianti con focalizzatori parabolici cilindrici, ed a cavità, impiegati negli impianti con eliostati biassiali e ricevitore centrale.
- Si sono illustrate le metodologie di calcolo dell'irradiazione extra atmosferica che incide su superfici orizzontali e su superfici comunque orientate ed inclinate, e si è constatato come il rapporto tra le irradiazioni globali extra atmosferiche di una superficie inclinata e di una superficie orizzontale, aventi la stessa collocazione, coincida con il rapporto omologo tra le componenti dirette delle irradiazioni al suolo.
- Con riferimento al rapporto tra le componenti dirette delle irradiazioni di una superficie inclinata e di una superficie orizzontale aventi la stessa collocazione, si sono determinate le influenze, sulle prestazioni energetiche delle superfici riceventi, delle variazioni di inclinazione e di azimut.
- Si è illustrato l'algoritmo di calcolo dell'irradiazione delle superfici al suolo e si sono discusse le differenze tra la procedura basata sulle Norme UNI 8477 e 10349, e la procedura on-line implementata nel sito SolarItaly dell'ENEA.
- Si sono discusse la definizione e l'applicazione del *TOF* (dall'acronimo inglese "Tilt and Orientation Factor" ovvero Fattore di Inclinazione ed Orientamento), che è un parametro sintetico impiegato per la valutazione preliminare degli impianti solari rappresentando, su base annuale, il rapporto tra l'irradiazione incidente su un'installazione solare posta in una certa località, e la massima irradiazione ottenibile, nella stessa località, con inclinazione ed orientamento ottimali delle superfici captanti.
- A conclusione del capitolo si è presentata una mappa della radiazione solare annuale media al suolo sul territorio italiano, ricavata sulla base di misure relative ad intervalli di tempo pluriennali, ed una tabella dei fattori di correzione da applicare a tale radiazione per valutare, in prima approssimazione, l'influenza delle diverse situazioni di inclinazione ed orientamento.

# Bibliografia

- B. Anderson**, *Solar Energy: Fundamentals in Building Design*, McGraw-Hill, New York, 1977.
- C. Barbieri**, *Astronomia I - Elementi di Trigonometria Piana e Sferica*, <http://www.astro.unipd.it/planets/barbieri/didattica.html>, 2008.
- D. Barlev, R. Vidu e P. Stroeve**, Innovation in concentrated solar power, *Solar Energy Materials & Solar Cells* 95, 2703-2725, 2011.
- A. Bartolazzi**, *Le Energie Rinnovabili*, Hoepli, Milano, 2006.
- D. Cocco, C. Palomba e P. Puddu**, *Tecnologie delle Energie Rinnovabili*, SGEEditoriali, Padova, 2010.
- G. Comini e G. Cortella**, *Fondamenti di Trasmissione del Calore*, SGEEditoriali, Padova, 2008.
- G. Comini, G. Croce e S. Savino**, *Energetica Generale - V Edizione*, SGEEditoriali, Padova, 2011.
- M.A. Cucumo, V. Marinelli e G. Oliveti**, *Ingegneria Solare - Principi ed Applicazioni*, Pitagora Editrice, Bologna, 1994.
- J.A. Duffie e W.A. Beckman**, *Solar Energy Thermal Processes*, Wiley, New York, 1991.
- J.A. Duffie e W.A. Beckman**, *Solar Energy of Thermal Processes - 3rd Edition*, Wiley, New York, 2006.
- B. Givoni**, *Man, Climate and Architecture*, Applied Science Publishers, Londra, 1976.
- D.Y. Goswami, F. Kreith e J.F. Kreider**, *Principles of Solar Engineering*, CRC Press, Boca Raton, USA, 2000.
- C.A. Gueymard, D. Myers e K. Emery**, Proposed reference irradiance spectra for solar energy system testing, *Solar Energy* 73, 443-467, 2002.

- C.A. Gueymard**, Reference solar spectra: their evolution, standardization issues and comparison to recent measurements, *Advances in Space Research* 37, 323-340, 2006.
- B.K. Hodge**, *Alternative Energy Systems and Applications*, Wiley, New York, 2010.
- F.P. Incropera, D.P. Dewitt, T.L. Bergman e A.S. Lavine**, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer - 6th Edition*, Wiley, New York, 2007.
- F. Kreith e M.S Bohn**, *Principles of Heat Transfer - 4th Edition*, Harper & Row, New York, 1986.
- F. Kreith e J.F. Kreider (a cura di)**, *Solar Energy Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1981.
- A.F. Mills**, *Basic Heat & Mass Transfer*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1999.
- D.R. Mills e G.L. Morrison**, Compact linear fresnel reflector solar thermal power-plants, *Solar Energy* 68, 263-282, 2000.
- NREL**, Reference Solar Spectral Irradiance: Air Mass 1.5, <http://www.nrel.gov/rredc/>, 2011.
- Oregon State Web Site**, Solar Site Assessment: a tool for estimating the impact of collector tilt, orientation and shading, <http://www.oregon.gov/>, 2008.
- M. Orlandini**, *Dispense per il Corso di Misure Astrofisiche*, <http://www.iasf-bologna.inaf.it/~mauro/Didattica/Mis-Astro/2009/>, 2009.
- PVEDUCATION**, Standard Solar Spectra, <http://www.pveducation.org/pvcdrom/appendicies/standard-solar-spectra>, 2011.
- M. A. Silva Perez**, *Concentrated Solar Thermal Power Technology Training*, <http://www.leonardo-energy.org/>, 2011.
- A. Rabl**, Comparison of solar concentrators, *Solar Energy* 18, 93-111, 1976.
- M. Romero, R. Buck e J.E. Pacheco**, An update on solar central receiver systems, projects, and technologies, *Journal of Solar Engineering* 124, 96-108, 2002.
- B. Sorensen**, *Renewable Energy*, Elsevier, Amsterdam, 2011.
- F. Spinelli, E. G. Cogliani, A. Maccari e M. Milone**, La misura e la stima della radiazione solare: l'archivio dell'ENEA e il sito Internet dell'*Atlante italiano della radiazione solare* per la pubblicazione dei dati, <http://www.solaritaly.enea.it/>, 2007.
- W.B. Stine**, *Power from the Sun*, <http://www.powerfromthesun.net/>, 2011.
- SUPSI**, *Nozioni di Base sull'Irraggiamento Solare*, <http://www.isaac.supsi.ch/>, 2006.
- M. Vignolini, G. Simbolotti e A. Fontanella**, Il Progetto Solare Termodinamico dell'Enea: un importante risultato scientifico e una opportunità per l'economia italiana, *Energia, Ambiente e Innovazione* 2010-2, 11-27, 2010.

# Indice analitico

- Altezza solare, 31
- Angolo di incidenza
  - calcolo, 36
  - definizione, 6
- Angolo di zenit
  - definizione, 6
- Angolo orario, 27
- Assorbimento radiazioni solari, 7
- Attenuazione radiazioni solari, 9
- Azimut solare, 31
  
- Coefficiente di riflessione del suolo, 11
- Collettori a concentrazione
  - sistemi ottici, 64
- Comparsa e scomparsa del Sole, 39
- Coordinate equatoriali, 24
  - latitudine, 24
  - longitudine, 24
- Coordinate terrestri, 30
- Costante solare
  - definizione, 2
  - variazioni, 21
- Culminazione del Sole, 33
  
- Declinazione solare, 25
  - andamento nel tempo, 25
- Deviazione energia solare, 9
- Diagrammi solari, 33
- Dispersione radiazioni solari, 8
- Dispersione di Mie, 9
- Dispersione di Rayleigh, 8
  
- Fattore di inclinazione e orientamento, 86
  
- Inclinazione e orientamento ottimali, 77
- Inseguitori solari
  - biassiali, 59
  - monoassiali ad asse inclinato, 59
  - monoassiali ad asse orizzontale, 57
  - monoassiali ad asse verticale, 59
  - tipologie, 57
- Irradianza
  - superfici fisse, 49
- Irradianza al suolo
  - componente diffusa, 16
  - componente diretta o di fascio, 16
  - componente riflessa, 17
  - procedura di stima, 15
- Irradianza e irradiazione, 47
- Irradianza extra-atmosferica
  - superficie inclinata, 6
  - superficie orizzontale, 6
- Irradiazione al suolo
  - componente diffusa, 82
  - componente diretta, 81
  - componente riflessa, 82
  - globale, 82
  - procedure di stima, 80
- Irradiazione annuale, 74
  - valutazione semplificata, 90
- Irradiazione extra-atmosferica
  - calcolo, 71

- definizioni, 70
- superfici inclinate, 73
- superfici orizzontali, 71
- Irradiazione giornaliera media mensile, 73
- Movimenti della Terra, 21
- Ombreggiamento, 53
- Percorso del Sole, 33
- Posizione del Sole, 31
- Rapporto di concentrazione geometrico, 64
- Rapporto tra irradianze, 53
- Rapporto tra irradiazioni, 76
- Ricevitori
  - centrali, 70
  - distribuiti, 69
- Scattering
  - vedi: dispersione, 8
- Sole come fonte di energia, 1
- Spettro solare
  - al suolo, 12
  - extra-atmosferico, 3
- Tempo solare vero, 27