

# ELEMENTI DI ACUSTICA APPLICATA

G. Comini e C. Nonino

15 settembre 2003

## 1 Natura dei Suoni

I movimenti vibratorii delle superfici esterne dei corpi immersi in aria fanno oscillare, intorno alla posizione di equilibrio, le particelle di gas adiacenti alle superfici stesse. Queste ultime comunicano il movimento alle particelle vicine facendole oscillare a loro volta. In questo modo si generano vere e proprie onde di spostamento caratterizzate da movimenti delle particelle relativamente ridotti, sia in ampiezza sia in velocità, ma da valori relativamente elevati della velocità di propagazione nel mezzo delle onde. In ogni punto gli spostamenti  $s$  delle particelle dalla posizione di equilibrio sono associati ad aumenti o diminuzioni di densità. Se gli spostamenti sono di avvicinamento (allontanamento) rispetto al punto, la densità aumenta (diminuisce) in quel punto. La pressione totale  $p_t$  si comporta come la densità, aumentando quando la densità aumenta e diminuendo quando la densità diminuisce. In questo modo vengono prodotte onde di pressione strettamente connesse alle onde di spostamento. Entro determinati limiti di ampiezza e frequenza, le variazioni di pressione

$$p = p_t - \bar{p} \quad (1)$$

rispetto alla pressione atmosferica media  $\bar{p}$  sono percepite come suoni dall'orecchio umano: di qui le denominazioni di *onde sonore* per le perturbazioni appena descritte, e di *velocità del suono* per la loro velocità di propagazione  $c$ . Le onde sonore trasportano energia e quantità di moto, ma non materia, tra i diversi punti dello spazio. Infatti i trasferimenti di energia e quantità di moto, associati alla propagazione del moto oscillatorio, avvengono con velocità media nulla dal momento che le particelle d'aria investite dalle onde di compressione e rarefazione si limitano ad oscillare intorno alla posizione di riposo. Poichè nelle perturbazioni sonore il moto oscillatorio delle particelle ha luogo nella direzione di propagazione delle oscillazioni stesse, le onde sonore vengono classificate come *onde longitudinali*.

In Termodinamica si era dimostrato che la velocità del suono nell'aria dipende dalla tempe-

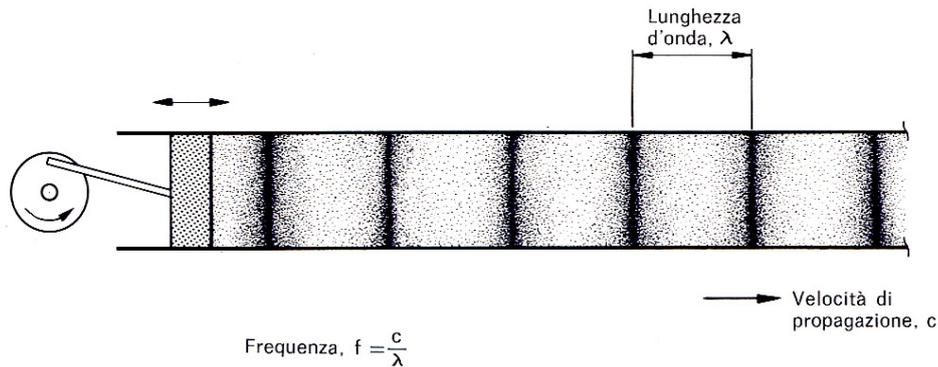


Figura 1: Suono generato da una sorgente che si muove di moto armonico.

ratura ed è pari a circa 343 m/s a 20 °C. In realtà, per valori di temperatura non troppo discosti da 0 °C, la velocità del suono può essere calcolata con la relazione

$$c = 331,4 + 0,6 t \quad (2)$$

dove  $c$  è espressa in metri al secondo e la temperatura  $t$  è espressa in gradi celsius. Per quanto detto in precedenza, non si deve confondere la velocità del suono, che dipende dalle proprietà elastiche del mezzo, con la velocità di oscillazione delle particelle intorno alla posizione di riposo. A fronte di una velocità del suono dell'ordine dei 340 m/s in condizioni normali, la velocità di oscillazione delle particelle non raggiunge il micrometro al secondo per le variazioni di pressione dell'ordine dei 20  $\mu$ Pa, associate ai più deboli suoni percepiti, ed arriva a pochi centimetri al secondo appena per le variazioni di pressione dell'ordine dei 20 Pa, associate alle più forti tra le percezioni sonore vere e proprie. Variazioni di pressione superiori ai 20 Pa sono associate a velocità maggiori delle particelle, ma non possono definirsi suoni in quanto producono sensazioni di fastidio intollerabile già intorno ai 60 Pa e causano danni uditivi immediati a valori di poco più grandi.

Si consideri ora una situazione come quella schematizzata in Figura 1 dove il pistone si muove di moto continuo e (praticamente) armonico producendo una serie di onde sonore piane *progressive*, cioè una serie di onde che si propagano nel condotto di lunghezza infinita allontanandosi sempre più dalla sorgente con velocità di propagazione  $c$ . Anche per le onde sonore, come per tutte le onde, valgono le relazioni

$$f = \frac{1}{\Theta} = \frac{c}{\lambda} \quad (3)$$

dove  $f$  è la *frequenza* misurata in hertz [Hz],  $\Theta$  è il periodo misurato in secondi, e  $\lambda$  è la *lunghezza d'onda* misurata in metri. I suoni udibili hanno frequenze comprese tra 20 e 20.000

Hz e, di conseguenza, lunghezze d'onda comprese tra 17 cm e 17 m. Per frequenze inferiori ai 20 Hz si parla di *infrasuoni*, mentre per frequenze superiori ai 20000 Hz si parla di *ultrasuoni*.

Qui si studia la produzione e propagazione di un suono continuo mentre, con riferimento ad una geometria simile a quella di Figura 1, in Termodinamica si era analizzata la propagazione di un singolo impulso sonoro. Anche qui, tuttavia, le onde risultanti sono rappresentabili mediante una funzione di spostamento invariante rispetto al parametro  $\theta - x/c$ , cioè rispetto alla differenza tra coordinata temporale e rapporto tra coordinata spaziale e velocità del suono. Infatti, un sistema di riferimento inerziale che si muova di moto rettilineo ed a velocità costante  $c$  è fermo rispetto alle onde. Attesa questa osservazione ci si può convincere facilmente che, per la serie di onde sonore armoniche prodotte dal pistone, la funzione spostamento può essere scritta nella forma

$$s = s_M \cos \left[ \omega \left( \theta - \frac{x}{c} \right) \right] = s_M \cos (\omega \theta - kx) \quad (4)$$

dove  $s_M$  è l'ampiezza dello spostamento del pistone,

$$\omega = \frac{2\pi}{\Theta} = 2\pi f \quad (5)$$

è la *pulsazione*, coincidente con la velocità angolare del pistone, e

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{c\Theta} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6)$$

è il *numero d'onda*. Nell'Equazione (4), in base alle definizioni poste,  $kx$  rappresenta lo sfasamento, in ritardo, dell'onda progressiva nel punto generico di ascissa  $x$  rispetto al punto di ascissa 0 dove è collocata la sorgente.

La rappresentazione istantanea della funzione spostamento ha una forma del tipo di quella illustrata nella Figura 2 (a), dove l'istante è stato evidentemente scelto in modo da avere  $\omega\theta = \pi$ , cioè lo spostamento negativo massimo nell'origine  $x = 0$ . All'aumentare di  $x$  con  $\theta = \text{cost}$ , l'argomento del coseno nell'Equazione (4) passa, in successione, da  $\pi$  a  $\pi/2$ , 0,  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ , e così via. Nella Figura 2 (b) sono riportate le posizioni di equilibrio e gli spostamenti delle particelle che si trovano nelle vicinanze dei punti  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ . Nei punti  $P_1$  e  $P_3$  lo spostamento è nullo nell'istante considerato. Nel punto  $P_1$ , tuttavia, lo spostamento è negativo a sinistra e positivo a destra, e quindi le particelle si allontanano dal punto su entrambi i lati. Nel punto  $P_3$ , al contrario, lo spostamento è positivo a sinistra e negativo a destra, e quindi le particelle si avvicinano al punto su entrambi i lati. Ancora, nel punto  $P_2$  la funzione di spostamento è massima, con spostamenti a sinistra ed a destra positivi e, praticamente, d'ugual valore. Pertanto, come indicato in Figura 2 (c), la densità è minima in  $P_1$  dove le particelle si allontanano, massima in  $P_3$  dove le particelle si avvicinano, ed

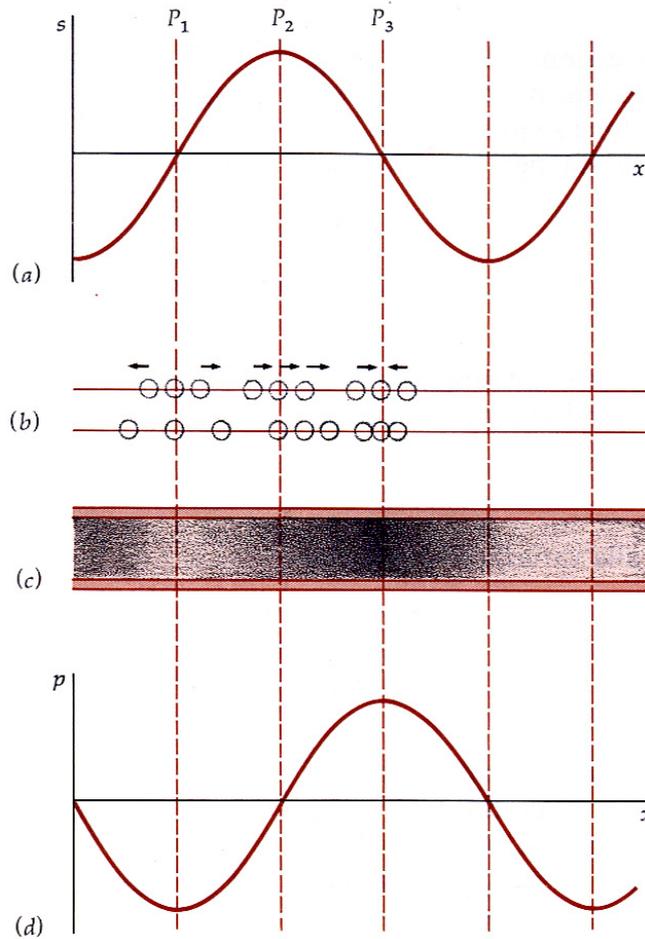


Figura 2: Onda sonora armonica: (a) spostamento delle molecole d'aria dalla posizione d'equilibrio in un certo istante; (b) posizione d'equilibrio in alto, e spostamento in basso; (c) densità risultante e (d) variazioni di pressione risultanti.

invariata in  $P_2$  dove le particelle non cambiano la loro distanza relativa. Poichè la pressione è proporzionale alla densità, si deve concludere che anche la pressione è minima in  $P_1$ , massima in  $P_3$  ed invariata in  $P_2$ . Pertanto, come si vede dalla Figura 2 (d), la distribuzione istantanea delle variazioni di pressione è ancora una funzione armonica invariante rispetto al parametro  $\theta - x/c$  ma, per le considerazioni sopra esposte, anticipa di  $\pi/2$  lo spostamento, ovvero è sfasata in anticipo di  $\pi/2$  rispetto allo spostamento

$$p = p_M \cos \left[ \omega \left( \theta - \frac{x}{c} \right) + \frac{\pi}{2} \right] = p_M \cos \left[ (\omega \theta - kx) + \frac{\pi}{2} \right] \quad (7)$$

Nell'Equazione (7),  $p_M$  è l'ampiezza delle oscillazioni di pressione intorno al valore medio. All'aumentare di  $x$ , l'argomento del coseno passa, in successione, da  $3\pi/2 = \pi + \pi/2$  a  $\pi$ ,

$\pi/2$ , 0,  $-\pi/2$ , e così via.

In un moto armonico anche la velocità di particella anticipa di  $\pi/2$  lo spostamento in quanto si ha

$$u = \frac{ds}{d\theta} = -s_M \omega \operatorname{sen}(\omega \theta - kx) = s_M \omega \cos\left[(\omega \theta - kx) + \frac{\pi}{2}\right] \quad (8)$$

Pertanto, nelle onde piane progressive qui analizzate pressione e velocità di particella sono in fase tra loro, essendo in uguale anticipo rispetto allo spostamento. Esse quindi hanno un comportamento del tutto simile, sia nello spazio sia nel tempo. A questo punto viene spontaneo cercare il valore della costante di proporzionalità che lega la pressione alla velocità di particella. A tale fine, si può fare ricorso al teorema della quantità di moto nella forma utilizzata nel testo di Termodinamica Applicata - Equazione (14.5). In quel caso, per arrivare alla determinazione della velocità del suono ci si riferiva ad un sistema inerziale, fermo rispetto all'onda ma in moto rettilineo ed a velocità costante  $c$  rispetto al condotto, e si applicava il teorema della quantità di moto tra una generica sezione perturbata, con variazioni di velocità e pressione diverse da zero, ed una generica sezione indisturbata, con variazioni di velocità e pressione nulle. In tal modo si otteneva

$$dp = \rho c dw \quad (9)$$

Attesa la concordanza di fase tra pressione e velocità di particella, anche qui si può utilizzare la stessa procedura facendo ancora riferimento ad un sistema inerziale fermo rispetto alla successione di onde ma in moto rettilineo ed a velocità costante  $c$  rispetto al condotto. Poi, al fine di semplificare le espressioni algebriche risultanti, si può considerare una particolare sezione dove le variazioni di pressione e velocità di particella siano nulle, ed un'altra sezione generica. Infine si può ricordare che qui  $p$  sta per variazione di pressione ed  $u$  per  $dw$ , mentre per la densità dell'aria ora conviene utilizzare il simbolo  $\rho_0$ , indicando così che ci riferisce al valore caratteristico del gas indisturbato e non alla variazione rispetto al valore medio. In questo modo l'espressione (9) diventa

$$p = \rho_0 c u \quad (10)$$

e si ricava quindi

$$\frac{p}{u} = \rho_0 c = Z_0 \quad (11)$$

dove alla grandezza  $Z_0$  viene dato il nome d'impedenza acustica specifica caratteristica. L'impedenza acustica specifica caratteristica è dunque riferita alla propagazione per onde

piane progressive e costituisce una proprietà del mezzo che, ad esempio, per l'aria a pressione atmosferica vale  $Z_0 = 415 \text{ Pa s/m}$  a  $20 \text{ °C}$ , e  $Z_0 = 400 \text{ Pa s/m}$  a  $39 \text{ °C}$ . Se le onde non sono piane e progressive, pressione e velocità di particella non sono necessariamente in fase. Nel caso generale, infatti, l'impedenza acustica è una grandezza complessa che trova analogie con l'impedenza dei circuiti elettrici in corrente alternata ed è esprimibile nella forma

$$Z = R + j X \quad (12)$$

dove la parte reale  $R$  è la resistenza acustica specifica, e la parte immaginaria  $X$  è la reattanza acustica specifica. Pertanto  $Z$  ha modulo

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (13)$$

ed argomento

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R} \quad (14)$$

Ad esempio, nel caso delle onde sferiche progressive molto importante ai fini pratici, si può dimostrare che l'impedenza può essere scritta nella forma

$$Z = \rho_0 c \left( \frac{k^2 r^2}{1 + k^2 r^2} + i \frac{k r}{1 + k^2 r^2} \right) = Z_0 \left( \frac{k^2 r^2}{1 + k^2 r^2} + i \frac{k r}{1 + k^2 r^2} \right) \quad (15)$$

con  $k$  numero d'onda, ed  $r$  distanza dalla sorgente. Risulta quindi

$$|Z| = \rho_0 c \frac{k r}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} = Z_0 \frac{k r}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} \quad (16)$$

e

$$\varphi = \arctan \frac{1}{k r} \quad (17)$$

Dalle Equazioni (16) e (17) si deduce allora che le onde sferiche tendono a comportarsi come onde piane al crescere della distanza dalla sorgente, in quanto il modulo  $|Z|$  tende a  $Z_0$  mentre lo sfasamento tra pressione e velocità di particella tende ad annullarsi.

## 2 Descrizione dei Suoni

Nella sezione precedente si è visto come una sorgente che si muova di moto armonico generi un suono caratterizzato da un'unica pulsazione  $\omega$ , e quindi con una sola componente di frequenza  $f = \omega/(2\pi)$ . Per questo motivo i suoni generati da una sorgente che si muove di moto armonico sono detti *suoni puri*. Suoni ad una sola frequenza, tuttavia, costituiscono un'idealizzazione che non trova, in pratica, molti riscontri. I suoni emessi dagli strumenti musicali o dal nostro apparato vocale, ad esempio, non sono puri ma sono suoni periodici caratterizzati da un numero, più o meno grande, di componenti in frequenza in rapporto ben definito tra loro. Come si ricorderà dai corsi di matematica, infatti, in un segnale periodico si possono distinguere l'armonica fondamentale, che è quella a frequenza più bassa, e le armoniche superiori, che sono quelle la cui frequenza è un multiplo intero della frequenza più bassa. Un suono periodico si ripete regolarmente nel tempo, ma è caratterizzato dal particolare *timbro* che gli deriva dal numero di armoniche presenti e dalla loro intensità relativa. Anche i suoni periodici, d'altra parte, costituiscono una categoria abbastanza ristretta. Nella maggior parte delle situazioni pratiche, infatti, si ha a che fare con suoni che presentano un andamento irregolare nel tempo e sono caratterizzati da un numero, anche molto grande, di frequenze casuali variabili nel tempo.

Per le diverse tipologie di suono, le analisi di Fourier delle variazioni di pressione associate alle diverse frequenze dello *spettro sonoro* forniscono indicazioni del tipo di quelle illustrate nella Figura 3. Nella Figura 3 (a) si individua la frequenza fondamentale  $f_0$  di un'onda sinusoidale pura mentre, nella Figura 3 (b), si hanno indicazioni sulla frequenza fondamentale  $f_0$  e sulle eventuali armoniche superiori,  $2f_0$  e  $3f_0$  di un'onda periodica. Quando le onde sono di tipo casuale, tuttavia, ci si trova in presenza di un numero grandissimo di frequenze variabili nel tempo e quindi, se non si cambiasse logica di rappresentazione, si otterrebbero diagrammi di frequenza con moltissimi trattini verticali di ampiezza variabile nel tempo separati da distanze piccolissime. Per le onde di tipo casuale, quindi, si procede come nella Figura 3 (c) limitandosi a fornire indicazioni sull'importanza statistica complessiva delle frequenze contenute nelle diverse bande, cioè nei diversi intervalli di frequenze in cui viene suddiviso lo spettro sonoro. La giustificazione dell'uso del quadrato della pressione sonora in ordinata nelle figure precedenti sarà fornita nel seguito, insieme con le informazioni sui criteri di scelta delle bande di suddivisione dello spettro nella Figura 3 (c). Adesso, in via preliminare, conviene descrivere i suoni in termini di grandezze significative per le applicazioni pratiche. Come si può intuire, la grandezza più significativa è la pressione, in quanto l'orecchio umano è un vero e proprio trasduttore di pressione. Da questo punto di vista la *pressione sonora* verrà, però, definita in modo da rappresentare gli effetti fisici complessivi delle variazioni di pressione. Inoltre, per meglio descrivere gli scambi d'energia legati ai fenomeni sonori, si utilizzeranno anche altre tre grandezze: la *potenza sonora*, l'*intensità sonora* e la *densità d'energia sonora*.

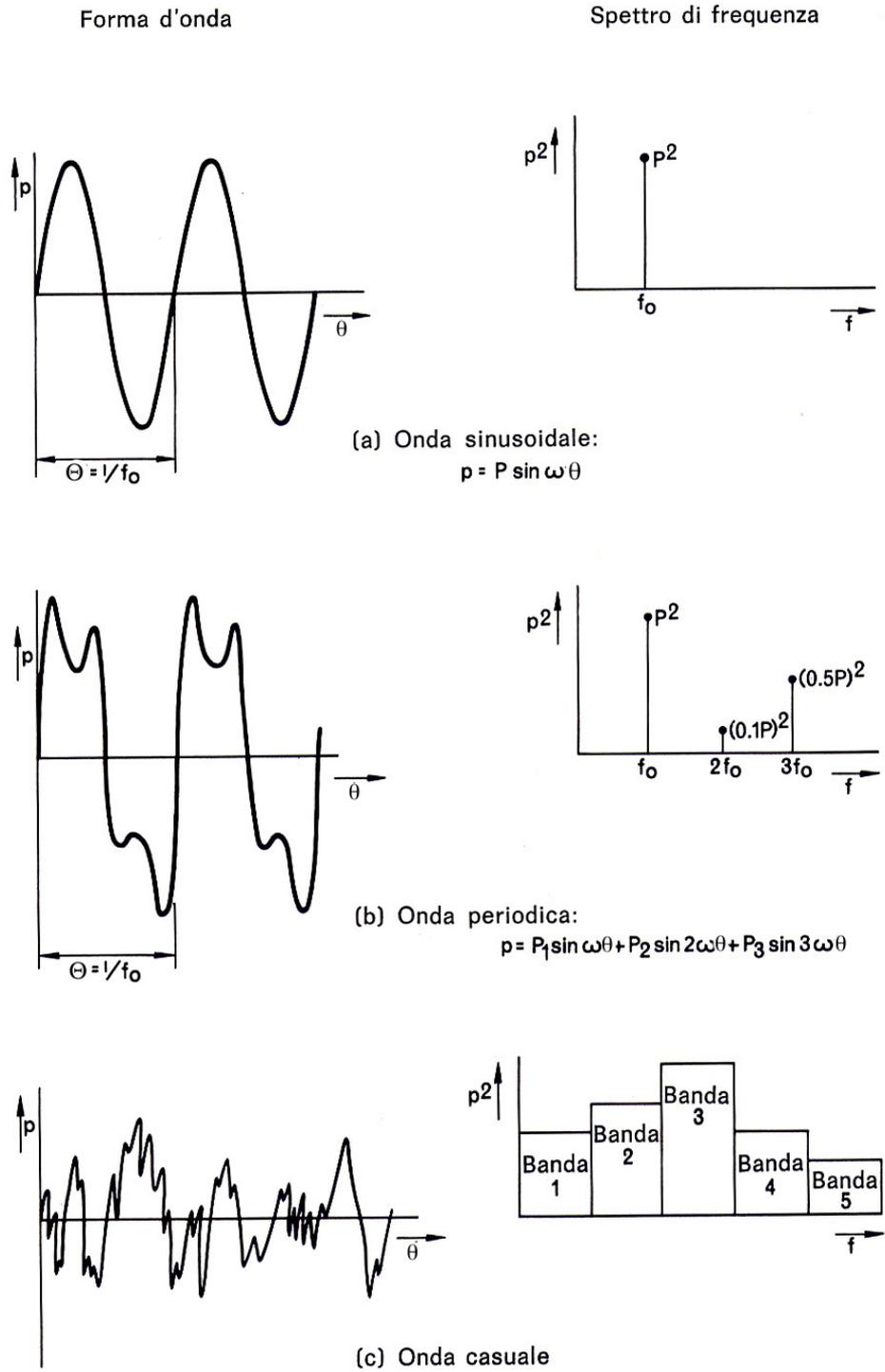


Figura 3: Alcuni esempi di analisi in frequenza: (a) suono puro; (b) suono con banda ristretta e (c) rumore.

## 2.1 Pressione sonora

Nell'acustica applicata viene definita *pressione sonora* la variazione *media* di pressione rispetto alla pressione atmosferica e, per avere una variazione media significativa, si fa riferimento al valore efficace, cioè al valore quadratico medio RMS (root-mean-square value) delle differenze tra pressione totale e pressione atmosferica. La pressione sonora è quindi definita dall'espressione

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p(\theta)^2 d\theta} \quad (18)$$

dove  $\theta_2 - \theta_1$  è un intervallo di tempo abbastanza grande rispetto al periodo delle oscillazioni. In base alla definizione (18), ad esempio, per un suono puro si ha

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{\Theta} \int_{\Theta} p_M^2 \sin^2(\omega\theta) d\theta} = \sqrt{\frac{p_M^2}{2}} = \frac{p_M}{\sqrt{2}} \quad (19)$$

con riferimento al periodo  $\Theta$  delle oscillazioni.

## 2.2 Potenza, intensità e densità d'energia sonora

Per quanto si è detto fin dall'inizio, si può affermare che la propagazione delle onde sonore comporta un trasferimento spaziale d'energia meccanica. Pertanto, qualunque sia la sorgente che genera l'onda sonora, tutta l'energia sonora emessa dev'essere ritrovata all'interno del sistema acustico, al netto di eventuali assorbimenti da parte delle superfici di confine. Da questo punto di vista, nel seguito ci si occupa della definizione delle grandezze che caratterizzano i flussi d'energia sonora all'interno dei sistemi acustici.

Sul piano energetico i suoni sono caratterizzati, prima di tutto, dall'*intensità sonora*  $I$  definita come *potenza sonora*  $W$ , cioè energia sonora nell'unità di tempo, trasmessa attraverso l'unità di superficie  $A$  perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda longitudinale considerata

$$I = \frac{dW}{dA} \quad (20)$$

In base alla definizione (20), l'intensità sonora è una grandezza scalare misurata in watt per metro quadrato [ $\text{W}/\text{m}^2$ ].

A questo punto gli studenti più accorti potrebbero aver notato alcune discrepanze con il corso di Trasmissione del Calore. Infatti, in armonia con la maggior parte dei testi di acustica, nella (20) si è usato il simbolo  $W$  per la potenza sonora e, soprattutto, si è utilizzato il termine *intensità* in un modo diverso da quello impiegato nella teoria dell'irraggiamento. Nella teoria dell'irraggiamento interessava soprattutto la radiazione diffusa, cioè proveniente da tutte le direzioni, e quindi l'intensità era definita in termini di flusso energetico per unità di area normale alla direzione di emissione e *per unità di angolo solido valutato nella direzione considerata*. L'intensità qui definita, al contrario, non è riferita ad un campo sonoro diffuso ma ad una singola onda.

Per un'onda piana progressiva che si propaghi in direzione  $x$  l'intensità, intesa come potenza sonora specifica trasmessa, è data dal prodotto della componente (unica)  $u$  della velocità di particella (diretta ovviamente secondo  $x$ ), per la forza normale pulsante che agisce sull'unità di superficie ortogonale alla direzione di propagazione. Per l'intensità scalare istantanea si avrà quindi, in ogni punto  $x$  all'istante  $\theta$

$$I_{x,\theta}(x, \theta) = \frac{1}{A} \frac{dE}{d\theta} = \frac{1}{A} \frac{dL}{d\theta} = \frac{F}{A} \frac{dx}{d\theta} = p(x, \theta) u(x, \theta) \quad (21)$$

Se pressione sonora e velocità di particella sono anche in fase, come accade nelle onde piane progressive, il modulo dell'intensità efficace è data dal semplice prodotto dei valore efficaci della pressione e della velocità

$$I = p_e u_e \quad (22)$$

Nel caso generale, con pressione e velocità di particella non in fase, soltanto la componente di velocità in fase con la pressione contribuisce allo scambio energetico. Pertanto ci si può facilmente convincere che, nel caso generale, risulta

$$I = p_e u_e \cos \varphi \quad (23)$$

Impiegando l'Equazione (10), nella forma riferita alle onde piane progressive ed ai valori efficaci, si ricava che

$$I = p_e u_e = \frac{p_e^2}{Z_0} = \frac{p_e^2}{\rho_0 c} \quad (24)$$

cioè che l'intensità sonora efficace è uguale al quadrato della pressione sonora efficace diviso per l'impedenza acustica caratteristica del mezzo. Essendo stata ricavata per le onde piane progressive, tale relazione non ha validità generale anche se si potrebbe dimostrare che la sua validità può essere estesa alle onde sferiche progressive.

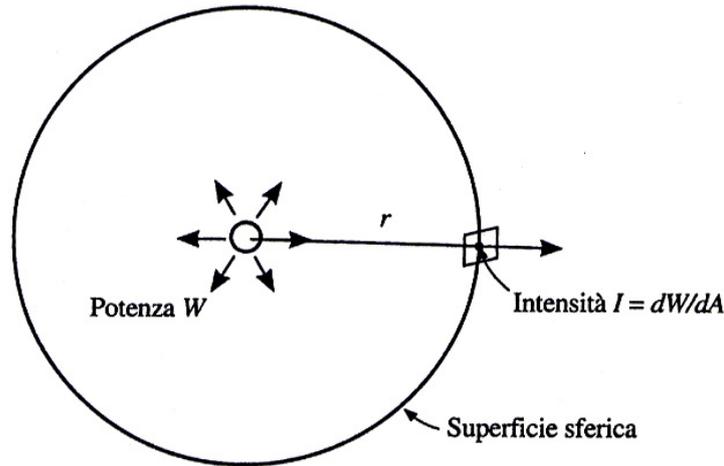


Figura 4: Intensità e potenza sonora per una sorgente puntiforme ed una superficie di contenimento sferica.

Essendo legata al quadrato della pressione sonora efficace, l'intensità sonora efficace è, come vedremo, suscettibile di valutazione sperimentale semplice in molte situazioni d'interesse pratico. L'utilizzo della definizione d'intensità sonora consente allora di valutare sperimentalmente, sia pure in modo indiretto, anche la potenza sonora di una sorgente. Ad esempio, una volta nota la distribuzione spaziale delle intensità acustiche, in base alla definizione (20) si può scrivere

$$W = \int_A I \, dA \quad (25)$$

con riferimento ad una superficie immaginaria  $A$  che circonda completamente la sorgente ed è ortogonale, in ogni punto, alla direzione di propagazione delle onde. Se poi, come in Figura 4, è lecito ipotizzare che la sorgente sia puntiforme (ovvero di dimensioni piccole rispetto alla distanza considerata) e di conseguenza che emetta onde sferiche, anche la superficie  $A$  sarà una sfera. Dalla (25) si ricava allora

$$W = 4\pi r^2 I \quad (26)$$

se le onde sferiche irradiate hanno la stessa intensità in tutte le direzioni.

A questo punto è bene notare che finora ci è occupati di onde singole e di spazi aperti. In molti casi, però, si avrà a che fare con spazi chiusi all'interno dei quali il campo sonoro è caratterizzato da onde che si propagano in tutte le direzioni. In questa situazione non si farà riferimento all'intensità della singola onda sonora ma a quella del campo sonoro, che è una grandezza vettoriale, analoga al vettore flusso termico specifico, e rappresenta il flusso

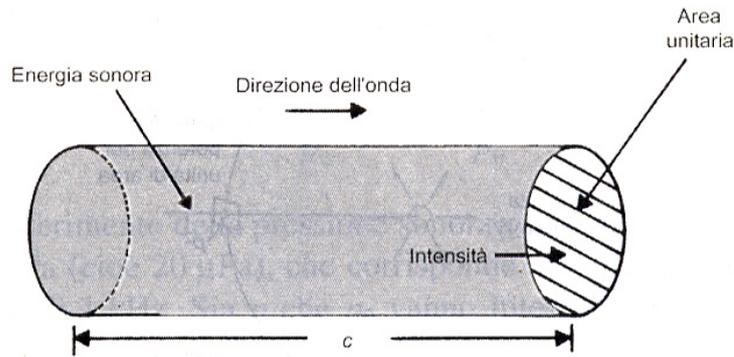


Figura 5: Valutazione della densità d'energia sonora nelle onde piane.

netto d'energia sonora attraverso una superficie unitaria. Ci si può facilmente convincere che, all'interno di un campo sonoro perfettamente diffuso (ma non sulle pareti di confine del campo stesso), l'intensità così definita è identicamente nulla. Infatti, nei punti interni di un campo diffuso, per ogni onda di una certa intensità che si propaga in una data direzione con un dato verso, vi sarà un'onda di uguale intensità che si propaga nella stessa direzione ma in verso opposto. Di conseguenza è nulla la potenza specifica media netta che attraversa una superficie comunque orientata nello spazio interno. Sulle pareti di confine di un campo diffuso invece, la potenza specifica media incidente che proviene dal semispazio interno non sarà compensata da una potenza specifica media uguale ma di verso contrario che proviene dal semispazio esterno al sistema. In quest'ultimo caso, il ricorso a metodologie simili a quelle adottate nella teoria dell'irraggiamento consente di valutare la potenza specifica media, e quindi l'intensità media di energia, proveniente dal semispazio interno.

Un'altra grandezza di notevole interesse pratico è *densità d'energia sonora*, che rappresenta l'energia contenuta in un'unità di volume del mezzo ed è misurata, appunto, in joule per metro cubo  $[J/m^3]$ . In base alla definizione, la densità d'energia sonora è calcolabile come rapporto tra l'energia sonora contenuta in un volume ed il volume stesso. Nel caso delle onde piane progressive, schematizzato in Figura 5, si può quindi calcolare l'energia sonora efficace facendo riferimento ad un cilindro avente superficie di base unitaria, ortogonale alla direzione di propagazione, e lunghezza  $c$  pari alla distanza percorsa, nell'unità di tempo, dall'energia sonora che fluisce attraverso la superficie di base. Ma l'energia sonora che fluisce nell'unità di tempo attraverso la base è pari ad  $I$ , per cui si avrà

$$D = \frac{I}{c} \quad (27)$$

Tenendo conto dell'Equazione (24), per le onde piane progressive risulterà anche

$$D = \frac{p_e^2}{\rho_0 c^2} \quad (28)$$

Per le onde sferiche, si potrebbe dimostrare che l'espressione della densità d'energia sonora assume la forma

$$D = \frac{p^2}{\rho_0 c^2} \left( 1 + \frac{1}{2 r^2 k^2} \right) \quad (29)$$

Di conseguenza a distanze  $r$  dalla sorgente abbastanza grandi si ritrova, anche per le onde sferiche, l'espressione della densità sonora valide per le onde piane. A questo punto conviene osservare che la densità sonora, come l'intensità, è legata al quadrato della pressione sonora efficace ma, essendo una quantità scalare e non vettoriale come l'intensità, è sempre suscettibile di somma in ogni punto del campo acustico, *anche in presenza di campi acustici diffusi*. Per questo motivo, nel caso dei campi sonori diffusi le relazioni (28) e (29), riferite alla pressione sonora totale, continuano a valere anche se l'intensità sonora totale è nulla.

Una volta definite le grandezze di maggiore interesse pratico, è necessario introdurre delle scale opportune per valutare i loro livelli in modo tecnicamente significativo. Di questo argomento ci si occuperà nel paragrafo che segue.

### 3 Scala dei Decibel e Livelli Sonori

Come si è già detto in precedenza, l'orecchio umano è in grado di udire suoni associati a pressioni sonore comprese tra un valore minimo di  $20 \mu\text{Pa}$  ed un valore massimo, per le percezioni sonore vere e proprie, di  $20 \text{Pa}$ . Infatti, come si è detto, pressioni sonore superiori danno luogo a sensazioni di fastidio intollerabile già intorno ai  $60 \text{Pa}$ , e producono danni uditivi immediati a valori di poco più grandi. Tuttavia, anche limitandosi alla valutazione delle percezioni, una scala lineare per la misura delle pressioni sonore fornirebbe numeri compresi in un intervallo di variazione ( $20 \mu\text{Pa} - 20 \text{Pa}$ ) di ben sei ordini di grandezza. Inoltre una scala lineare non terrebbe conto del fatto che tutti i nostri sensi, e di conseguenza anche l'udito, rispondono agli stimoli in maniera logaritmica. L'orecchio umano, infatti, è sensibile non tanto alle variazioni di pressione sonora  $\Delta p$  quanto alle variazioni di pressione rispetto al livello esistente  $\Delta p/p$ . Per questi motivi si è deciso, fin dagli stadi iniziali di sviluppo dell'acustica, di utilizzare scale logaritmiche per la valutazione dei livelli sonori. Poiché l'argomento della funzione logaritmo dev'essere adimensionale, l'uso di scale logaritmiche non è associato alla valutazione diretta di una grandezza, ma alla valutazione dei rapporti tra i valori della grandezza in esame ed un valore convenzionale della stessa grandezza assunto come riferimento. Il logaritmo decimale di questi rapporti, moltiplicato per dieci onde evitare un'eccessiva compressione dei risultati, viene definito *livello* della grandezza in esame. Le misure di livello vengono espresse in decibel, simbolo dB e, per quanto si è detto, sono numeri adimensionali. A conclusione del paragrafo, può essere interessante osservare che l'unità [bel] ha preso il nome da Alexander Graham Bell, pioniere degli studi di acustica oltre che inventore, secondo gli americani, del telefono.

### 3.1 Livello di pressione sonora

Nel caso della pressione sonora si preferisce fare riferimento al quadrato della pressione stessa, in quanto tale parametro è legato alla densità d'energia sonora in moltissime situazioni d'interesse pratico. Pertanto esso rappresenta un *effetto energetico* che, come si è detto, può essere sommato in modo scalare ad effetti analoghi prodotti da altre sorgenti. Ciò premesso il livello di pressione sonora, misurato in decibel, è definito come

$$L_p = 10 \log \frac{p_e^2}{p_0^2} = 20 \log \frac{p_e}{p_0} \quad (30)$$

dove il valore di riferimento della pressione sonora  $p_0$  è convenzionalmente assunto pari a  $20 \mu\text{Pa}$ , cioè pari al valore medio di soglia uditiva per l'ascolto in cuffia di un tono puro alla frequenza di 1 kHz. Al solito, nella (30) sia  $p_e$  sia  $p_0$  rappresentano valori efficaci della pressione sonora. Utilizzando la definizione (30) e procedendo come nell'Esempio 1 sotto riportato, si ottengono le informazioni di Figura 6 dove, oltre ai risultati delle conversioni, si sono descritti gli ambienti o le condizioni in cui si possono misurare i diversi livelli, e le valutazioni soggettive medie dei livelli stessi.

Noto il livello di pressione sonora, espresso in decibel, la pressione sonora efficace si ricava invertendo il terzo membro della definizione (30) e scrivendo l'espressione risultante

$$p_e = p_0 10^{L_p/20} \quad (31)$$

Analogamente, dal livello di pressione sonora espresso in decibel si può risalire al quadrato della pressione sonora efficace invertendo il secondo membro della definizione (30) e scrivendo l'espressione risultante

$$p_e^2 = p_0^2 10^{L_p/10} \quad (32)$$

Ovviamente, nelle (31) e (32) i simboli conservano il significato prima definito.

#### ESEMPIO 1

Si calcoli il livello di pressione sonora corrispondente ad una pressione sonora efficace di 2 Pa. Successivamente si verifichi che a quel livello di pressione sonora, espresso in decibel, corrisponde la pressione sonora efficace di partenza.

*Soluzione*

In base alla definizione (30) si ha

<i>Pressione sonora Pa</i>	<i>Livello di pressione sonora dB</i>	<i>Ambiente o condizione</i>	<i>Valutazione soggettiva media</i>
200	140	Aereo militare in decollo, a 30 m	
63	130	Rivettatura pneumatica (posto di lavoro dell'operatore)	Intollerabile
20	120	Sala caldaie (livello massimo) Sala macchine di una nave (a piena velocità)	
6,3	110	Pressa automatica (posizione dell'operatore) Laminatoio - rettifica a mano Tessitura	
2	100	Tornitura automatica Pensilina di metropolitana (livello massimo) Sala stampa	Molto rumoroso
$6,3 \times 10^{-1}$	90	Autocarri pesanti, a 6 m Cantiere: perforatrice pneumatica	
$2 \times 10^{-1}$	80	Marcia piede di strada con traffico intenso Ufficio con macchine tabulatrici	Rumoroso
$6,3 \times 10^{-2}$	70	Apparecchio radio a volume alto (in locali d'abitazione)	
$2 \times 10^{-2}$	60	Ristorante Grande magazzino	
$6,3 \times 10^{-3}$	50	Conversazione, a 1 m Ufficio pubblico	Tranquillo
$2 \times 10^{-3}$	40	Zona urbana periferica Conversazione bisbigliata, a 2 m Zona residenziale di notte	
$6,3 \times 10^{-4}$	30		
$2 \times 10^{-4}$	20	Rumore di fondo in studi televisivi e di registrazione	Molto tranquillo
$6,3 \times 10^{-5}$	10		
$2 \times 10^{-5}$	0	Soglia di udibilità di un suono puro a 1000 Hz	

Figura 6: Valori medi del livello di pressione sonora in alcuni ambienti e condizioni.

$$L_p = 20 \log \frac{p_e}{p_0} = 20 \log \frac{2}{20 \cdot 10^{-6}} = 20 \log 10^5 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ dB}$$

Pertanto ad una pressione efficace di 2 Pa corrisponde un livello di pressione sonora di 100 dB. Viceversa, in base alla formula (31) si ha

$$p_e = p_0 10^{L_p/20} = (20 \cdot 10^{-6}) \cdot (10^{100/20}) = 20 \cdot 10^{-1} = 2 \text{ Pa}$$

come doveva essere.

### 3.2 Livello di potenza sonora

Analogamente a quanto si è fatto per la pressione anche il livello di potenza sonora, misurato in decibel, viene definito come

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0} \quad (33)$$

dove, per motivi che risulteranno chiari nel seguito, il valore di riferimento della potenza sonora  $W_0$  è assunto pari a  $10^{-12}$  W e dove, al solito, sia  $W$  sia  $W_0$  vanno intesi come valori efficaci della potenza sonora. Utilizzando la definizione (33) e procedendo come nell'Esempio 2 sotto riportato si ottengono le informazioni di Figura 7 dove, oltre ai risultati delle conversioni, si sono descritti anche i tipi di sorgente che generano i diversi livelli. A questo punto, tuttavia, è opportuno notare che le potenze sonore sono, di solito, molto inferiori alle potenze meccaniche od elettriche utilizzate dalle sorgenti sonore. Ad esempio, un amplificatore da 100 W di potenza elettrica efficace, genera una potenza sonora in uscita dell'ordine di 1-2 W al più, pari al prodotto della potenza elettrica che alimenta gli altoparlanti per il rendimento acustico degli altoparlanti stessi.

A conclusione del paragrafo si può osservare che, anche nel caso della potenza sonora, noto il livello espresso in decibel si può ricavare la potenza stessa invertendo la definizione (33) e scrivendo l'espressione risultante

$$W = W_0 10^{L_W/10} \quad (34)$$

dove i simboli hanno il significato definito più sopra.

#### ESEMPIO 2

Si calcoli il livello di potenza sonora corrispondente ad una potenza sonora efficace di 1 W. Successivamente si verifichi che a quel livello di potenza sonora, espresso in decibel, corrisponde la potenza sonora efficace di partenza.

*Soluzione*

<i>Potenza sonora</i>	<i>Livello di potenza sonora</i>	<i>Tipo di sorgente</i>
<i>W</i>	<i>dB</i>	
$25 \div 40 \times 10^6$	195	Missile Saturno
$10^5$	170	Statoreattore Turboreattore con postcombustore
$10^4$	160	Turboreattore con spinta di 3200 kg
$10^3$	150	Aereo di linea a 4 propulsori
$10^2$	140	
10	130	Orchestra con 75 componenti } valore efficace Organo a canne } massimo su 1/8 s Motore di un piccolo aereo
1	120	Martello perforatore Pianoforte } valore efficace Tuba in si bemolle } massimo su 4 s
$10^{-1}$	110	Apparecchio radio al massimo volume Ventilatore centrifugo (22.000 m <sup>3</sup> /h)
$10^{-2}$	100	Telaio da 1 m Autoveicolo in marcia su autostrada
$10^{-3}$	90	Ventilatore assiale (2.500 m <sup>3</sup> /h) Voce gridata (valore efficace su lungo periodo di tempo)
$10^{-4}$	80	Conversazione (valore efficace su lungo periodo di tempo)
$10^{-5}$	70	
$10^{-6}$	60	
$10^{-7}$	50	
$10^{-8}$	40	
$10^{-9}$	30	Bisbiglio

Figura 7: Potenza sonora di alcune sorgenti di tipo comune.

In base alla definizione (33) si ha

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0} = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \cdot 12 = 120 \text{ dB}$$

Pertanto ad una potenza sonora efficace di 1 W corrisponde un livello di potenza sonora di 120 dB. Viceversa, in base alla formula (34) si ha

$$W = W_0 10^{L_W/10} = (10^{-12}) \cdot (10^{120/10}) = 1 \text{ W}$$

come doveva essere.

### 3.3 Livello d'intensità sonora

Analogamente a quanto si è fatto per la pressione e la potenza sonora, anche il livello d'intensità sonora, misurato in decibel, viene definito come

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (35)$$

dove il valore di riferimento dell'intensità sonora  $I_0$  è assunto pari a  $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>, cioè pari al valore dell'intensità sonora prodotta dalla potenza sonora di riferimento sulla superficie di riferimento  $A_0 = 1$  m<sup>2</sup>. Al solito, nella (35) sia  $I$  sia  $I_0$  vanno intesi come valori efficaci dell'intensità sonora. Ovviamente, anche nel caso dell'intensità sonora, noto il livello espresso in decibel si può ricavare l'intensità stessa invertendo la definizione (35) e scrivendo

$$I = I_0 10^{L_I/10} \quad (36)$$

dove i simboli hanno il significato definito più sopra. Inoltre si può osservare che, in base alle definizioni dei livelli di riferimento, risulta

$$\frac{p_0^2}{I_0} = \frac{400 \cdot 10^{-12}}{10^{-12}} = 400 \frac{\text{Pa s}}{\text{m}}$$

e che nelle ipotesi di validità della relazione  $I = p_e^2/(\rho_0 c)$ , cioè sostanzialmente per onde piane e sferiche progressive, si ha ovunque

$$\frac{p_e^2}{I} = \rho_0 c = 400 \frac{\text{Pa s}}{\text{m}}$$

per l'aria a 39 °C. In tali condizioni, risulta allora esattamente

$$\frac{p_e^2}{p_0^2} \equiv \frac{I}{I_0} \implies L_p \equiv L_I$$

Per l'aria a 20 °C si aveva  $\rho_0 c = 415$  Pa s/m e, di conseguenza, i livelli di pressione e di intensità non sono uguali. Tuttavia, la differenza tra i due livelli è trascurabile ai fini pratici essendo pari a  $10 \log (415/400) = 0,16$  dB soltanto. Pertanto si può concludere che, nelle ipotesi di validità della relazione  $I = p_e^2/(\rho_0 c)$ , i livelli d'intensità e pressione sonora in aria sono circa uguali nell'intorno della temperatura ambiente.

### 3.4 Composizione di livelli

Molto spesso, nella pratica, si deve valutare l'effetto combinato di più sorgenti che agiscono contemporaneamente. In generale si può pensare che le sorgenti non siano correlate tra loro, cioè che generino suoni tra i quali non vi siano particolari relazioni di frequenza o di fase. Ovviamente, i livelli sonori caratteristici delle diverse sorgenti non possono essere sommati tra loro, ma possono essere sommati direttamente tra loro gli argomenti dei logaritmi in quanto proporzionali alle densità di energia sonora in gioco. Ad esempio,  $n$  sorgenti delle quali si conoscano le pressioni efficaci  $p_i$ , daranno luogo ad una pressione efficace totale  $p_t$  per la quale risulterà

$$p_t^2 = (p_1^2 + p_2^2 + \dots + p_n^2) \quad (37)$$

e, di conseguenza, tenendo conto delle (32) e (37), si avrà anche

$$\begin{aligned} L_{pt} &= 10 \log \left( \frac{p_t^2}{p_0^2} \right) = 10 \log \left( \frac{p_1^2}{p_0^2} + \frac{p_2^2}{p_0^2} + \dots + \frac{p_n^2}{p_0^2} \right) = \\ &= 10 \log (10^{L_{p1}/10} + 10^{L_{p2}/10} + \dots + 10^{L_{pn}/10}) \end{aligned} \quad (38)$$

Il procedimento che ha condotto alla Equazione (38) è valido per tutte le composizioni di livelli energetici e quindi anche, ad esempio, per le composizioni dei livelli di potenza. Inoltre, con modifiche al procedimento del tutto intuitive, è possibile operare uno scorporo di livelli. Lo scorporo è utile quando si vuole risalire al livello della pressione sonora efficace prodotta da una sorgente partendo da una misura del livello complessivo, che comprenda il contributo del rumore di fondo, e da una ulteriore misura del solo rumore di fondo.

Infine, a conclusione del paragrafo, si può osservare che i procedimenti sin qui descritti cadono in difetto se, contrariamente a quanto si è ipotizzato sinora, i suoni sono correlati tra loro. Si supponga, ad esempio, di dover trovare la pressione sonora risultante da due toni puri che abbiano la stessa frequenza. In tal caso, integrando la somma dei quadrati delle due funzioni armoniche rappresentative delle pressioni in gioco, si può facilmente verificare che la relazione da utilizzare nel calcolo della pressione sonora totale è la seguente

$$p_t = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \varphi} \quad (39)$$

dove gioca un ruolo determinante lo sfasamento  $\varphi$  tra i due toni. La pressione sonora efficace risultante dalla somma di due toni puri con la stessa frequenza varia, quindi, da un valore massimo ad un valore minimo, a seconda del valore dello sfasamento. La pressione sonora efficace risultante dalla Equazione (39) è massima, e pari alla somma  $p_1 + p_2$  delle due pressioni efficaci in gioco, quando vi è concordanza di fase ( $\varphi = 0$ ). Al contrario, la pressione sonora

efficace risultante è minima, e pari alla differenza  $|p_1 - p_2|$  delle due pressioni efficaci in gioco, quando vi è opposizione di fase. In particolare, se le pressioni efficaci in gioco sono uguali, dalla (39) si deduce che le due onde in opposizione di fase interferiscono distruttivamente, cancellando completamente il suono risultante: su questo principio sono basati i sistemi di controllo attivo del rumore.

### ESEMPIO 3

Si calcoli il livello di pressione sonora efficace risultante dall'azione di due, o più, sorgenti non correlate tra loro ma caratterizzate dallo stesso livello di pressione sonora  $L_{pi}$ .

*Soluzione*

In base al secondo e terzo membro della (38), per  $n$  sorgenti uguali non correlate si ha

$$L_{pt} = 10 \log \left( \frac{n p_i^2}{p_0^2} \right) = 10 \log \left( \frac{p_i^2}{p_0^2} \right) + 10 \log n = L_{pi} + 10 \log n$$

Pertanto due sorgenti uguali comportano un incremento del livello di pressione sonora efficace originaria  $L_{pi}$  di 3 dB, in quanto si ha  $10 \log 2 = 3,01$ ; 3 sorgenti uguali comportano un incremento di 4,77 dB in quanto si ha  $10 \log 3 = 4,77$ ; 4 sorgenti uguali comportano un incremento di 6 dB, in quanto si ha  $10 \log 4 = 6,02$ ; 10 sorgenti uguali comportano un incremento di 10 dB, in quanto si ha  $10 \log 10 = 10$ ; 100 sorgenti uguali comportano un incremento di 20 dB, in quanto si ha  $10 \log 100 = 20$ ; 1000 sorgenti uguali comportano un incremento di 30 dB, in quanto si ha  $10 \log 1000 = 30$ , e così via. In base a questi risultati si può anche concludere che un incremento di 3 dB comporta un raddoppio della potenza associata al suono mentre, ad esempio, un incremento di 6 dB comporta un aumento di 4 volte della potenza associata, un incremento di 10 dB comporta un aumento di 10 volte della potenza associata, un incremento di 20 dB comporta un aumento di 100 volte della potenza associata, un incremento di 30 dB comporta un aumento di 1000 volte della potenza associata, e così via.

### ESEMPIO 4

Si calcoli il livello di pressione sonora efficace risultante dall'azione di due sorgenti non correlate per le quali si abbia  $L_{p1} = 90$  dB ed  $L_{p2} = 85$  dB.

*Soluzione*

In base al quarto membro della (38), si ha

$$L_{pt} = 10 \log (10^{L_{p1}/10} + 10^{L_{p2}/10}) = 10 \log (10^{90/10} + 10^{85/10})$$

$$= 10 \log (10^9 + 10^{8,5}) = 10 \log (1,316 \cdot 10^9) = 91,2 \text{ dB}$$

Pertanto l'aggiunta della seconda sorgente comporta un incremento molto modesto del livello di pressione sonora efficace.

### ESEMPIO 5

Si calcoli il livello di pressione sonora efficace  $L_{ps}$ , associato alla sorgente, nell'ipotesi che il livello complessivo sia  $L_{pt} = 91,2 \text{ dB}$  e che il rumore di fondo sia pari a  $L_{pf} = 85 \text{ dB}$ .

*Soluzione*

In questo caso si può procedere in analogia all'Esempio 4, tenendo conto del fatto che l'incognita è il livello  $L_{ps}$ , associato alla sorgente. Pertanto, in base al secondo membro della (38), si ha

$$\begin{aligned} L_{ps} &= 10 \log \left( \frac{p_t^2 - p_f^2}{p_0^2} \right) = 10 \log (10^{L_{pt}/10} - 10^{L_{pf}/10}) \\ &= 10 \log (10^{9,12} - 10^{8,5}) = 10 \log (10^9) = 90 \text{ dB} \end{aligned}$$

come deve essere.

## 4 Valutazione delle Sensazioni Sonore

Le sensazioni sonore non dipendono solo dal livello di pressione sonora efficace ma anche dalla composizione in frequenza del suono. Infatti, l'apparato uditivo introduce una ponderazione del livello sonoro dipendente dalla frequenza, ed al segnale così elaborato il cervello attribuisce un certo livello, necessariamente soggettivo, di sensazione sonora. Per valutare le sensazioni sonore occorre quindi impiegare strumenti di misura che, in qualche modo, imitino i processi fisiologici appena descritti fornendo dei risultati corrispondenti alle valutazioni medie illustrate nel seguito.

Il legame empirico tra i livelli medi di sensazione sonora, che vengono valutati in [phon], e le pressioni sonore efficaci, che vengono valutate in decibel [dB], è stato determinato statisticamente in funzione della frequenza. Esso è rappresentato graficamente nell'audiogramma di Figura 8 dove sono riportate le varie curve isofoniche, cioè le curve i cui punti rappresentano combinazioni di frequenze e livelli di pressione sonora efficace che vengono percepiti con la stessa intensità soggettiva. Come si vede, le curve isofoniche sono definite in modo da far coincidere i valori in phon e decibel alla frequenza di 1000 Hz. Inoltre, l'audiogramma è

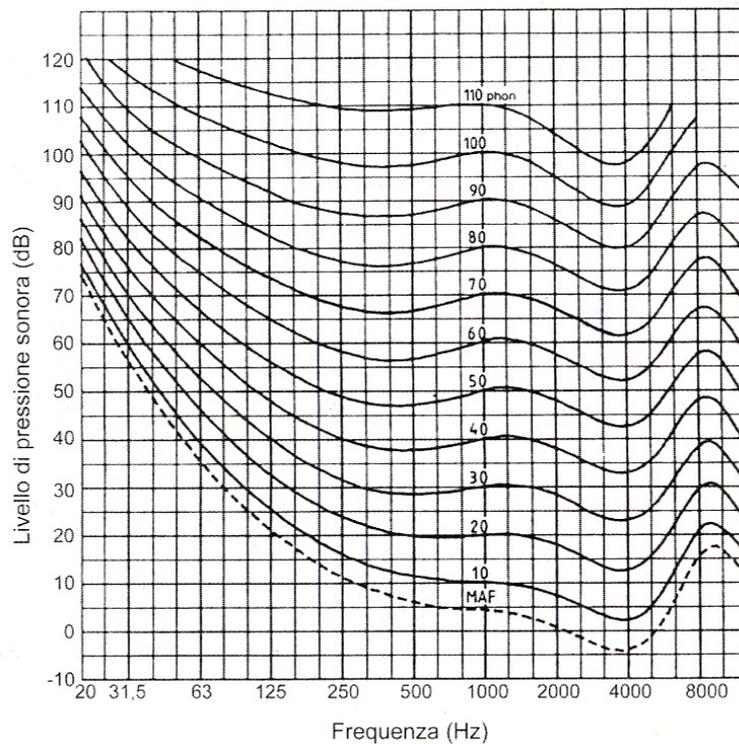


Figura 8: Curve isofoniche normalizzate.

tagliato in alto al livello di 120 dB, pressione sonora corrispondente a quella che molti definiscono la *soglia del fastidio*, ed è tagliato in basso alla curva isofonica 4,2 phon, tratteggiata ed indicata con MAF (Minimum Audible Field), cioè minimo livello di pressione sonora a cui un suono è udibile in condizioni di ascolto normale. Dall'audiogramma risulta poi chiaramente che l'orecchio umano è più sensibile alle frequenze medio-alte della banda acustica (500- 5000 Hz), con un massimo di sensibilità intorno ai 3500 Hz, mentre presenta rapidi cali di sensibilità alle basse ed alle alte frequenze. Infine va notato che la scala delle frequenze, utilizzata in ascissa, è logaritmica. Il motivo, anche in questo caso, è fisiologico: l'orecchio umano risponde in modo logaritmico alle variazioni di frequenza, ed è sensibile non tanto alle variazioni di frequenza  $\Delta f$  quanto alle variazioni di frequenza rispetto al livello esistente  $\Delta f/f$ . Per convincersene basti ricordare che, ad esempio, ogni passaggio da un'ottava musicale all'ottava superiore implica un raddoppio di frequenza.

Per correlare il rilievo oggettivo delle pressioni sonore misurate alle sensazioni soggettive medie, gli strumenti di analisi acustica impiegano dei filtri di ponderazione - elettrici, elettronici o digitali - che attenuano le componenti del suono aventi frequenze alle quali l'orecchio umano ha sensibilità ridotta. Per la normalizzazione di questi filtri sono state definite le quattro curve di ponderazione illustrate nella Figura 9, i cui andamenti sono tali che

- la **curva A** corrisponde all'incirca, alla curva isofonica di 40 phon;

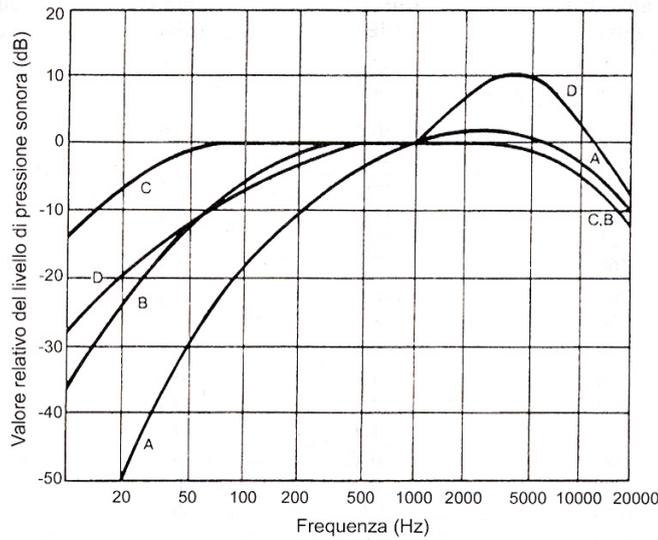


Figura 9: Curve di ponderazione normalizzate.

- la **curva B** corrisponde all'incirca, alla curva isofonica di 70 phon;
- la **curva C** corrisponde all'incirca, alla curva isofonica di 100 phon e
- la **curva D** corrisponda all'incirca, alle sensazioni di ugual fastidio.

Ragioni di semplicità hanno successivamente portato ad abbandonare quasi completamente l'uso della curva B ed a privilegiare l'impiego della curva A nelle situazioni di uso pratico, riservando l'impiego della curva C alla valutazione dei disturbi arrecati da rumori impulsivi isolati, e l'impiego della curva D alla valutazione dei disturbi arrecati dai rumori aeronautici. I valori ottenuti da una misura per la quale si sia impiegata una curva di ponderazione vanno espressi riportando l'indicazione della curva stessa. Un livello di pressione sonora espresso in dB(A) indicherà, ad esempio, l'utilizzazione filtro ponderatore che realizza la curva A mentre, al contrario, un livello espresso in dB(Lin), dove Lin sta per lineare, indicherà che non è stato usato alcun filtro ponderatore.

Per poter realizzare dei filtri che operino con sufficiente accuratezza oltre che in forma grafica, e quindi qualitativa, i valori di attenuazione per le diverse bande di frequenza sono stati espressi anche in forma numerica, e quindi quantitativa. Come si era già osservato, nell'analisi dei rumori casuali ci si deve limitare alla determinazione delle densità/intensità acustiche, che sono proporzionali a  $p^2$  e sono contenute nelle diverse bande di frequenza. Tali bande devono avere un'ampiezza relativa  $\Delta f / f$  costante, in modo da simulare il comportamento dell'orecchio umano anche nella percezione dei toni. Per le bande di ottava e terzi di ottava, descritte in Figura 10, si ha infatti

$$\frac{f_M - f_m}{f_c} = \text{costante}$$

Banda	Ottava			Terzi di ottava		
	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore
12	11	16	22	14,1	16	17,8
13				17,8	20	22,4
14				22,4	25	28,2
15	22	31,5	44	28,2	31,5	35,5
16				35,5	40	44,7
17				44,7	50	56,2
18	44	63	88	56,2	63	70,8
19				70,8	80	89,1
20				89,1	100	112
21	88	125	177	112	125	141
22				141	160	178
23				178	200	224
24	177	250	355	224	250	282
25				282	315	355
26				355	400	447
27	355	500	710	447	500	562
28				562	630	708
29				708	800	891
30	710	1000	1420	891	1000	1122
31				1122	1250	1413
32				1413	1600	1778
33	1420	2000	2840	1778	2000	2239
34				2239	2500	2818
35				2818	3150	3548
36	2840	4000	5680	3548	4000	4467
37				4467	5000	5623
38				5623	6300	7079
39	5680	8000	11 360	7079	8000	8913
40				8913	10 000	11 220
41				11 220	12 500	14 130
42	11 360	16 000	22 720	14 130	16 000	17 780
43				17 780	20 000	22 390

Figura 10: Suddivisione dello spettro di frequenze udibili in bande normalizzate d'ottava e terzi d'ottava.

ovvero un rapporto costante tra l'ampiezza, data dalla differenza tra la frequenza massima  $f_M$  e la frequenza minima  $f_m$ , e la frequenza centrale  $f_c = \sqrt{f_M f_m}$ . Le bande più utilizzate sono le *bande d'ottava* per le quali si ha, come per le scale musicali,  $f_M/f_m = 2$  e, di conseguenza, risulta

$$\frac{f_M - f_m}{f_c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

Se per alcune applicazioni le bande d'ottava forniscono campi di frequenze troppo larghi, si

Frequenza [Hz]	Fattore correttivo	
	Banda in terzi di ottava	Banda di ottava
50	-30,2	
63	-26,2	-26,2
80	-22,5	
100	-19,1	
125	-16,1	-16,1
160	-13,4	
200	-10,9	
250	-8,6	-8,6
315	-6,6	
400	-4,8	
500	-3,2	-3,2
630	-1,9	
800	-0,8	
1000	0,0	0,0
1250	+0,6	
1600	+1,0	
2000	+1,2	+1,2
2500	+1,3	
3150	+1,2	
4000	+1,0	+1,0
5000	+0,5	
6300	-0,1	
8000	-1,1	-1,1
10000	-2,5	

Figura 11: Curva A: valori correttivi per le varie bande di frequenza.

può passare alle *bande di terzi d'ottava* per le quali si ha  $f_M/f_m = \sqrt[3]{2}$  e, di conseguenza, risulta

$$\frac{f_M - f_m}{f_c} = 0,231$$

Con riferimento alla suddivisione dello spettro di frequenze in bande di ottava e di terzi di ottava, nella Figura 11 sono riportati i valori correttivi per passare dai livelli di pressione sonora effettiva ai livelli di pressione sonora ponderata secondo la Curva A.

## ESEMPIO 6

Si supponga che l'analisi in frequenza dei livelli di pressione sonora efficace associati ad un rumore abbia dato i risultati seguenti

Frequenze centrali [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Livelli di pressione [dB]	85	83	86	84	81	76	73	70

Applicando l'Equazione (38) si calcoli il livello totale di pressione sonora efficace. Successivamente si determinino i livelli di pressione efficace corretti in base alla curva A e quindi, applicando ancora la (38) valida per tutte le somme di livelli, si calcoli il livello totale ponderato A.

*Soluzione*

Applicando, come indicato, l'Equazione (38) si ottiene

$$L_{pt} = 10 \log (10^{L_{p1}/10} + 10^{L_{p2}/10} + \dots + 10^{L_{pn}/10})$$

ovvero

$$L_{pt} = 10 \log \left( 10^{\frac{85}{10}} + 10^{\frac{83}{10}} + 10^{\frac{86}{10}} + 10^{\frac{84}{10}} + 10^{\frac{81}{10}} + 10^{\frac{76}{10}} + 10^{\frac{73}{10}} + 10^{\frac{71}{10}} \right) = 91,3 \text{ dB}$$

Successivamente si applicano le correzioni pertinenti alla curva A, ottenendo i risultati seguenti

Frequenze centrali [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Livelli di pressione [dB]	85	83	86	84	81	76	73	70
Correzioni scala A [dB]	-26,2	-16,1	-8,6	-3,2	0,0	1,2	1,0	-1,1
Livelli corretti [dB(A)]	58,8	66,9	74,7	80,8	81	77,2	74	68,9

Infine una nuova applicazione della Equazione (38) fornisce

$$L_{pt} = 10 \log \left( 10^{\frac{58,8}{10}} + 10^{\frac{66,9}{10}} + 10^{\frac{77,4}{10}} + 10^{\frac{80,8}{10}} + 10^{\frac{81}{10}} + 10^{\frac{77,2}{10}} + 10^{\frac{74}{10}} + 10^{\frac{68,9}{10}} \right) = 85,9 \text{ dB(A)}$$

Come si vede, a causa della ridotta sensibilità dell'orecchio umano alle alte ed alle basse frequenze, il livello in Scala A è sensibilmente inferiore al livello della pressione sonora efficace totale.

## 5 Misuratori di livello Sonoro

I misuratori di livello sonoro, o *fonometri*, sono strumenti adatti a trasformare la pressione sonora in segnale elettrico da elaborare successivamente in maniera opportuna al fine di ottenere gli indici descrittivi del livello di rumore. In particolare, i fonometri consentono di misurare i parametri

- livello di pressione sonora efficace definito dall'Equazione (30): in quanto variabile nel tempo, viene misurato utilizzando, in alternativa, le modalità *Picco* (costante di tempo  $< 100 \mu\text{s}$  e memorizzazione del valore misurato), *Fast* (costante di tempo 125 ms), *Slow* (costante di tempo 1 s) ed *Impulse* con risposta rapida in salita (costante di tempo 35 ms) e discesa lenta (2,9 dB/s);
- livello equivalente continuo valutato secondo la curva di ponderazione A

$$L_{Aeq} = 10 \log \left[ \frac{1}{\Delta\theta} \int_0^{\Delta\theta} \frac{p_A^2(\theta)}{p_0^2} d\theta \right] = 10 \log \left[ \frac{1}{\Delta\theta} \int_0^{\Delta\theta} 10^{\frac{L_{Aeq}}{10}} d\theta \right] \quad (40)$$

dove  $p_A(\theta)$  è la pressione sonora ponderata A del suono in esame,  $p_0$  è la pressione di riferimento e  $\Delta\theta$  è la durata dell'intervallo di misura: tale livello rappresenta la media energetica del livello sonoro fluttuante ponderato secondo la curva A, in quanto mette in gioco la stessa energia sonora associata ad un ipotetico rumore continuo e costante di livello  $L_{Aeq}$  e di pari durata;

- livello di esposizione sonora SEL (Sound Exposure Level)

$$\text{SEL} = 10 \log \left[ \frac{1}{\Delta\theta_0} \int_0^{\Delta\theta} 10^{\frac{L_{Aeq}}{10}} d\theta \right] \quad (41)$$

dove  $\Delta\theta_0 = 1\text{s}$ : rappresenta il livello che verrebbe misurato se tutta l'energia sonora associata al rumore di durata  $\Delta\theta$  venisse concentrata in un secondo.

Le varie parti che costituiscono un fonometro tipico, come quello illustrato nella Figura 12, realizzano le seguenti operazioni

- conversione, nel microfono, della pressione sonora in una grandezza elettrica da amplificare nel preamplificatore e da riportare, nell'attenuatore, entro una delle tre scale di misura disponibili: da 20 a 80, da 60 a 120, e da 80 a 140 dB;
- ponderazione in frequenza del segnale secondo una delle curve normalizzate: generalmente la A, talvolta la C, od anche nessuna se si desidera una restituzione lineare (Lin.);
- possibilità di prelievo del segnale, nell'uscita in corrente alternata, per eventuali elaborazioni esterne più complesse di quelle effettuate dallo strumento;
- rivelazione del segnale istantaneo di pressione sonora con riduzione delle fluttuazioni del segnale stesso mediante un circuito mediatore per il quale sono disponibili le modalità operative di *Picco*, *Fast*, *Slow* ed *Impulse* illustrate in precedenza;
- conversione logaritmica del segnale per valutare il livello sonoro istantaneo o SPL (sound pressure level);
- possibilità di prelievo del segnale elaborato, ad esempio per eventuali registrazioni;

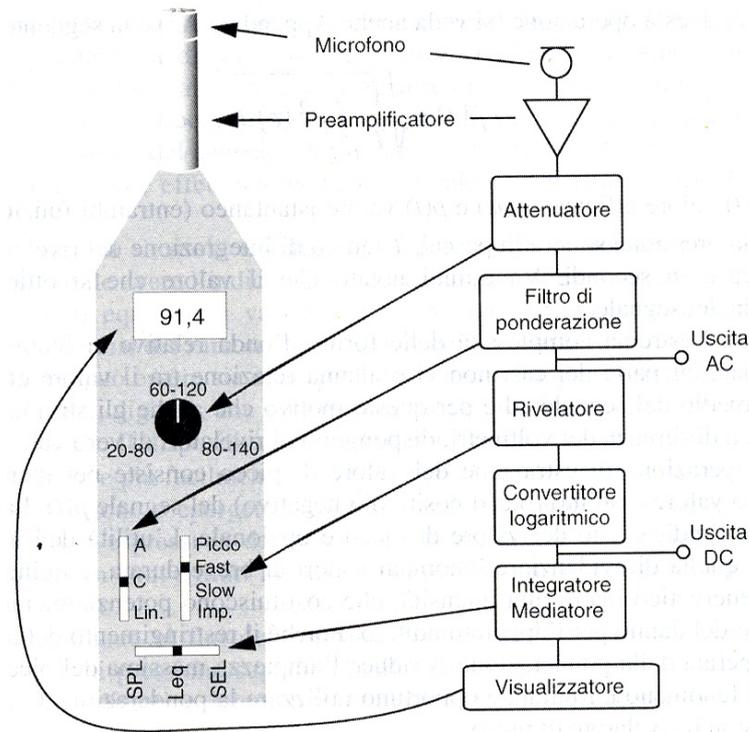


Figura 12: Schema funzionale di un fonometro.

- integrazione RMS del segnale nel tempo (eventualmente esclusa nel caso si desiderasse il valore SPL) per valutare il livello sonoro equivalente  $L_{eq}$  relativo al tempo totale di misura, cioè al tempo intercorso tra due reset successivi o, in alternativa, il livello di esposizione sonora SEL;
- visualizzazione del risultato.

Al fonometro può essere connesso un accessorio, in alcuni modelli già incluso nello strumento di base, consistente in un banco di filtri a bande di ottava o di terzi di ottava per consentire le analisi spettrali dei suoni stazionari. Se la commutazione tra una banda e l'altra avviene manualmente, infatti, il segnale non deve variare sensibilmente, almeno per il tempo necessario a commutare tutti i filtri ed a effettuare tutte le letture dei livelli di banda. Se si desidera effettuare un'analisi spettrale in presenza di variazioni statisticamente significative del rumore nel tempo, è necessario fare ricorso ad *analizzatori di spettro* capaci di operare in *tempo reale*. Si tratta ormai quasi sempre di strumenti che utilizzano processori digitali di segnale, capaci di simulare un banco di filtri che operano in parallelo. Il risultato dell'elaborazione può essere stampato od inviato ad un personal computer per ulteriori calcoli e/o visualizzazioni più o meno accattivanti.

## 6 Propagazione del Suono all'Aperto

Per semplicità, si consideri il campo di onde sferiche prodotte da una sorgente puntiforme. Una tale ipotesi è solo apparentemente restrittiva, dal momento che le sorgenti di dimensioni finite si comportano come puntiformi a distanze sufficientemente grandi rispetto alle loro dimensioni. Se la sorgente irradia con intensità uniforme in tutte le direzioni, a qualsivoglia distanza  $r > 0$  dalla sorgente si ha

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} \quad (42)$$

Se, inoltre, si ammette che il fattore di direzionalità  $Q$  possa non essere unitario, la relazione precedente diventa

$$I = Q \frac{W}{4\pi r^2} \quad (43)$$

con  $Q$  dipendente dalla direzione considerata. A questo punto conviene ricordare la relazione esistente tra le grandezze di riferimento per l'intensità e la potenza sonora:  $I_0 = W_0/A_0$  tenendo presente che si ha  $A_0 = 1 \text{ m}^2$ ,  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  e  $W_0 = 10^{-12} \text{ W}$ . Di conseguenza, dividendo membro a membro la (43) con la relazione tra le grandezze di riferimento e passando ai logaritmi decimali, si ottiene

$$10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{W}{W_0} - 10 \log \frac{4\pi r^2}{A_0} + 10 \log Q \quad (44)$$

ovvero, con riferimento ai livelli

$$L_I \cong L_p \cong L_W - 20 \log r' + ID - 11 \quad (45)$$

dove  $L_I$  è il livello d'intensità sonora coincidente, nelle ipotesi poste, con il livello  $L_p$  di pressione sonora,  $L_W$  è il livello di potenza sonora,

$$r' = \frac{r}{\sqrt{A_0}} \quad (46)$$

è la distanza adimensionale dalla sorgente

$$ID = 10 \log Q \quad (47)$$

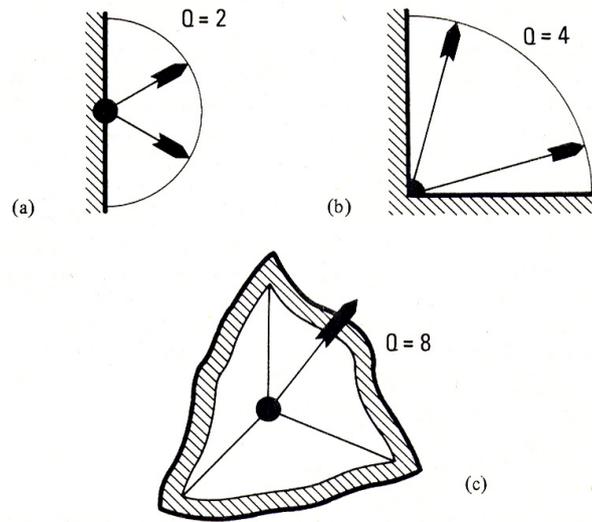


Figura 13: Fattori di direzionalità: (a) superficie riflettente; (b) spigolo tra due superfici riflettenti e (c) angolo di tre superfici riflettenti.

è l'indice di direzionalità espresso in decibel, e l'ultimo termine deriva dalla valutazione approssimata:  $11 \cong 10 \log (4 \pi)$ . Il contributo del fattore di direzionalità può essere ignorato in molte situazioni d'interesse pratico. Se però, come in Figura 13, la sorgente puntiforme si trova su una superficie riflettente o in un angolo tra superfici riflettenti, allora il fattore di direzionalità assume valori costanti ed abbastanza elevati da dover essere considerati nei calcoli.

Infine si può notare che se non si conosce il livello di potenza sonora della sorgente, ma è noto il livello di pressione sonora  $L_{p1}$  ad una distanza  $r_1$ , si può calcolare il livello  $L_{p2}$  ad una distanza  $r_2$  nella stessa direzione utilizzando l'espressione

$$L_{p1} - L_{p2} = 20 \log \frac{r_2}{r_1} \quad (48)$$

direttamente derivata dalla (45) mediante una sottrazione membro a membro delle espressioni relative ai due livelli considerati. Essendo  $20 \log 2 = 6$ , conseguenza importante della (48) è che il livello di pressione sonora diminuisce di 6 dB ad ogni raddoppio della distanza dalla sorgente.

## 7 Acustica degli Ambienti Confinati

Nella propagazione del suono all'aperto generalmente si ha a che fare con onde sonore progressive, che si allontanano dalla sorgente senza mai essere rinviate all'indietro. Al contrario,

un'onda sonora che si propaga all'interno di un ambiente confinato è soggetta a successivi rinvii da parte delle pareti di confine e di eventuali oggetti e persone presenti nell'ambiente stesso. Il campo sonoro interno è quindi costituito dalla sovrapposizione del *campo sonoro diretto*, dovuto alle onde sonore che arrivano direttamente, e del *campo sonoro riverberato*, dovuto all'insieme delle onde sonore riflesse. La difficoltà principale nell'analisi acustica degli ambienti confinati è rappresentata dalla modellizzazione del campo sonoro riverberato. Infatti, la riflessione delle onde sonore è un fenomeno abbastanza complesso, caratterizzato da modalità molto diverse che vanno dalla riflessione speculare per le frequenze più alte, associate ad onde di lunghezza piccola rispetto alle irregolarità superficiali, fino alla riflessione perfettamente diffusa per le frequenze più basse, associate ad onde di lunghezza elevata rispetto alle irregolarità superficiali. Inoltre, per particolari conformazioni geometriche di alcune zone, si possono avere fenomeni, più o meno localizzati, di eco e di formazione di onde stazionarie. Tali fenomeni provocano concentrazioni indesiderate della densità d'energia sonora nelle zone interessate, e quindi vanno assolutamente evitati se si vuole avere un buona fruizione acustica.

Ciò premesso, se si ammette che la densità d'energia sonora possa essere considerata uniforme all'interno dell'ambiente, allora è possibile applicare la teoria statistica per calcolare il valore medio di alcuni parametri caratteristici del comportamento acustico. Nell'ipotesi di uniformità spaziale, infatti, la densità d'energia sonora è ovunque pari al rapporto tra l'energia sonora totale ed il volume dell'ambiente. A sua volta, l'energia sonora totale è il risultato di un semplice bilancio tra la potenza sonora emessa dalla sorgente, l'eventuale variazione di energia sonora nel tempo durante i transitori e l'assorbimento di potenza sonora da parte delle superfici di confine. I primi due effetti sono tipici di tutti i bilanci energetici, mentre l'assorbimento di energia sonora richiede qualche ulteriore considerazione. A questo proposito si può notare che un'onda sonora viene riflessa ogni volta che incontra un ostacolo, e che tale processo comporta sempre un più o meno grande assorbimento d'energia. I meccanismi d'assorbimento sono associati alla conversione in calore di parte dell'energia sonora incidente a causa della messa in vibrazione delle superfici di confine e/o dell'aria contenuta nelle porosità delle superfici stesse. Il rapporto tra frazione d'energia sonora assorbita ed energia sonora incidente viene chiamato *coefficiente d'assorbimento* ed è indicato con il simbolo  $\alpha$ . I valori adimensionali di  $\alpha$  per alcuni materiali impiegati comunemente nelle costruzioni edilizie, sono riportati nella Figura 14, in funzione delle frequenze centrali delle bande di ottava che più interessano le applicazioni. Per quanto riguarda l'assorbimento di persone ed oggetti, generalmente si preferisce fornire direttamente i valori dell'assorbimento acustico  $S$  espressi in metri quadrati d'assorbimento, o sabin, dal nome di Wallace Clement Sabine, il fisico americano fondatore dell'acustica moderna. Come si può vedere dalla Figura 15, anche i valori dell'assorbimento di persone od oggetti sono riportati in funzione delle frequenze centrali delle bande di ottava.

In base alle definizioni poste l'assorbimento complessivo dell'ambiente, espresso in unità d'assorbimento sabin aventi le dimensioni di metri quadrati, è dato dalla relazione

$$S = \sum \alpha_i A_i + \sum S_i \quad (49)$$

Materiale	Frequenze centrali in bande di ottava [Hz]					
	125	250	500	1000	2000	4000
Apertura dei condotti di ventilazione	0,75	0,80	0,80	0,80	0,85	0,85
Apertura del proscenio	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55
Finestra vetrata con infisso in legno	0,35	0,25	0,18	0,12	0,07	0,04
Ghiaia spessore 150 mm	0,15	0,30	0,80	0,42	0,61	0,72
Intonaco acustico, spessore 10 mm, applicato direttamente sulla parete	0,08	0,15	0,30	0,50	0,60	0,70
Intonaco, marmo, piastrelle in ceramica	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
Mattoni pieni o calcestruzzo di cemento	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04
Parete in vetro spessore 10 mm	0,15	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
Pavimento in legno (parquet) su calcestruzzo di cemento	0,04	0,04	0,07	0,06	0,06	0,07
Pavimento in piastrelle di linoleum, asfalto, gomma su calcestruzzo di cemento	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02
Plexiglas per illuminazione spessore 2 mm	0,40	0,25	0,20	0,20	0,22	0,25
Sabbia asciutta spessore 150 mm	0,24	0,34	0,45	0,62	0,76	0,95
Superfici di strutture compatte e dure (pareti in mattoni pieni intonacate, pavimenti in marmo ecc.)	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05
Superfici fortemente vibranti (pannelli di legno con intercapedine di aria ecc.)	0,40	0,20	0,12	0,07	0,05	0,05
Superfici leggermente vibranti (controsoffitti ecc.)	0,10	0,07	0,05	0,04	0,04	0,05
Superficie di acqua (piscina)	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03
Tappeto:						
altezza del pelo 3,2 mm	0,05	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40
altezza del pelo 6,4 mm	0,05	0,10	0,15	0,30	0,50	0,55
altezza del pelo 10,0 mm	0,09	0,10	0,20	0,30	0,55	0,55
Tenda in velluto drappeggiata per il 50% della sua superficie	0,12	0,25	0,52	0,70	0,75	0,77
Tenda in velluto senza drappeggio	0,05	0,07	0,13	0,22	0,32	0,35
Tessuto di finitura su parete in calcestruzzo di cemento	0,03	0,03	0,03	0,04	0,06	0,08

Figura 14: Coefficienti di assorbimento acustico  $\alpha$  per alcuni materiali impiegati nelle costruzioni edilizie.

dove  $\alpha_i$  è il coefficiente d'assorbimento (adimensionale) della parete  $i$ -esima di area  $A_i$ , ed  $S_i$  è l'assorbimento dell' $i$ -esima persona, od oggetto, presente. Nei limiti di validità della teoria statistica talvolta si definisce anche un coefficiente d'assorbimento medio

$$\bar{\alpha} = \frac{S}{A} \quad (50)$$

dove l'assorbimento totale  $S$  è dato dalla (49), mentre  $A$  è la superficie totale

	Frequenze centrali delle bande di ottava [Hz]					
	125	250	500	1000	2000	4000
<b>Persona adulta</b>	0,23	0,33	0,39	0,43	0,46	0,46
<b>Ragazzo</b>	0,20	0,30	0,35	0,38	0,42	0,42
<b>Bambino</b>	0,17	0,24	0,26	0,29	0,33	0,33
<b>Persona in piedi :</b>						
• <b>con abbigliamento pesante</b>	0,17	0,41	0,91	1,30	1,43	1,47
• <b>con abbigliamento leggero</b>	0,12	0,24	0,59	0,98	1,13	1,12
<b>Persona seduta su poltrona imbottita</b>	0,25	0,35	0,40	0,40	0,40	0,40
<b>Musicista seduto con strumento musicale</b>	0,60	0,95	1,06	1,08	1,08	1,08
<b>Sedia di legno</b>	0,02	0,02	0,02	0,04	0,04	0,03
<b>Poltrona da teatro tappezzata in similpelle</b>	0,04	0,13	0,22	0,17	0,16	0,11
<b>Poltrona da teatro imbottita tappezzata in velluto</b>	0,14	0,25	0,30	0,30	0,30	0,30

Figura 15: Valori dell'assorbimento acustico  $S$  di persone ed oggetti espressi in metri quadrati.

$$A = \sum A_i \quad (51)$$

Attesa la struttura delle basi di dati riportate nelle Figure 14 e 15, è sottinteso che i calcoli relativi all'assorbimento acustico vanno riferiti alle singole frequenze centrali di banda e vanno ripetuti per ognuna delle frequenze d'interesse. Tuttavia, prima di procedere con l'esposizione dei metodi dell'acustica statistica, è bene premettere alcune considerazioni qualitative riguardanti il fenomeno della riverberazione e la conseguente definizione del *tempo di riverberazione*. Infatti, il tempo di riverberazione è, probabilmente, il parametro più importante nella caratterizzazione del comportamento acustico di una sala ed il suo significato fisico va quindi ben compreso.

## 7.1 Determinazione empirica del tempo di riverberazione

Con riferimento alla Figura 16, si consideri una sala vuota di forma semplice, dove si trovano una sorgente sonora  $S$  ed un ricevitore del segnale sonoro  $R$ . Il percorso più breve che l'energia sonora può compiere per andare da  $S$  ad  $R$  è, evidentemente, quello diretto  $d$ . Vi sono, tuttavia, infiniti altri percorsi alternativi, del tipo  $r_1, r_2, r_3, \dots$  che comportano una o più riflessioni successive sulle pareti di confine. Per semplicità, nella figura si sono rappresentate riflessioni di tipo speculare ma, nella realtà, queste riflessioni saranno di tipo più o meno diffuso.

Ciò premesso, con riferimento alla Figura 17 si supponga che la sorgente  $S$  emetta un suono

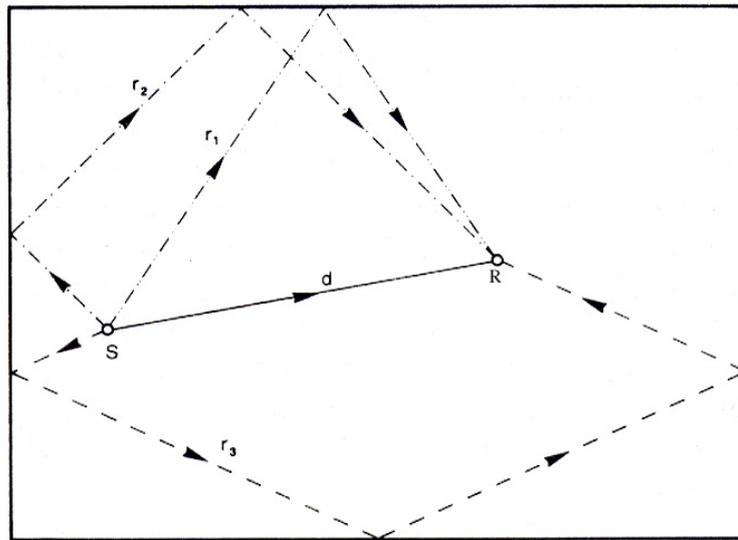


Figura 16: Riflessioni multiple in una sala.

con potenza sonora costante  $W$  per un intervallo di tempo  $OO' = \Delta\theta$ , e poi cessa di funzionare. In corrispondenza al ricevitore  $R$  la densità d'energia sonora  $D(\theta)$  varia nel tempo. Il primo contributo energetico che giunge in  $R$ , quello dell'onda diretta, arriva dopo un intervallo di tempo  $OA = d/c$  dove  $d$  è la distanza  $SR$  tra la sorgente ed il ricevitore. Perciò nell'intervallo  $OA$  la densità sonora in  $R$  è ancora uguale a zero, anche se la sorgente ha iniziato ad emettere energia. L'incremento nella densità d'energia sonora dovuto al suono diretto è rappresentato dal segmento  $AB$ . Successivamente fino all'arrivo della riflessione che ha seguito il percorso  $r_1$ , e quindi per un intervallo di tempo di ampiezza pari a  $BC$ , il valore della densità d'energia sonora in  $R$  resta costante. L'arrivo della riflessione induce un incremento di densità d'energia sonora pari a  $CD$ . Il processo si ripete all'arrivo in  $R$  dei contributi delle onde di prima riflessione che hanno seguito i percorsi  $r_2, r_3, \dots$  più lunghi di  $r_1$ , e poi si ripete ancora all'arrivo delle onde che hanno subito  $2, 3, \dots, n$  riflessioni. I contributi ulteriori, tuttavia, sono sempre più ridotti a causa degli assorbimenti d'energia sonora ad ogni riflessione e dell'attenuazione delle intensità per la divergenza legata alla maggiore lunghezza dei percorsi seguiti. I diversi incrementi producono quindi una crescita della densità d'energia sonora a gradini, con incrementi sempre più piccoli sino a giungere asintoticamente ad un valore limite  $D(\infty)$  praticamente uguale alla densità d'energia sonora in regime stazionario. Il regime stazionario vero e proprio viene, evidentemente, raggiunto dopo un tempo infinito ma, ai fini pratici, basta che la sorgente continui ad erogare energia sonora per un tempo sufficiente per arrivare ad un valore della densità d'energia sonora molto prossimo a quello finale. In quel momento il *transitorio d'attacco* si può considerare concluso e, da quel momento, la densità d'energia sonora resta praticamente costante. Si noti come, nel punto  $R$ , la densità d'energia sonora a regime  $D(\infty)$  sia alquanto maggiore, grazie alla riverberazione, della densità d'energia sonora dovuta al solo contributo del suono diretto, pari in questo caso ad  $AB$ .

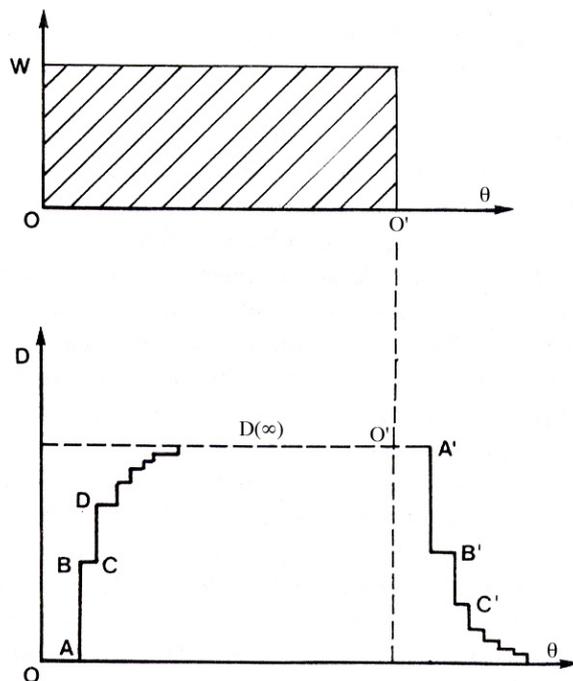


Figura 17: Potenza sonora irradiata dalla sorgente  $S$  e densità di energia rilevata in funzione del tempo in  $R$ .

Alla fine dell'intervallo di tempo  $OO'$  la sorgente emette l'ultimo contributo energetico, che impiega il tempo  $O'A'$  per raggiungere  $R$ . Pertanto il valore di regime  $D(\infty)$  si mantiene fino all'istante  $A'$  in cui viene a mancare il contributo del suono diretto. Da quel momento il fenomeno iniziale si riproduce in senso inverso, con gli stessi valori assoluti delle lunghezze dei segmenti prima considerati, mentre la densità d'energia sonora tende asintoticamente a zero. Il processo di decadimento della densità d'energia sonora, collegato al *transitorio d'estinzione*, prende il nome di *coda sonora*.

Per caratterizzare quantitativamente la rapidità d'estinzione del campo sonoro riverberato Sabine ha introdotto il parametro *tempo di riverberazione*, che rappresenta la durata convenzionale della coda sonora. Esso è definito come il tempo necessario affinché il livello di pressione sonora nell'ambiente, definito dall'Equazione (30), si riduca di 60 dB. Tale riduzione implica una riduzione di un milione di volte del quadrato della pressione sonora efficace, e quindi anche della densità d'energia sonora, rispetto ai valore che tali grandezze avevano all'inizio del transitorio d'estinzione. Lo stesso Sabine ha poi trovato sperimentalmente che il valore del tempo di riverberazione  $\theta_{60}$  così definito è calcolabile in base alla formula

$$\theta_{60} = 0,16 \frac{V}{S} = 0,16 \frac{V}{\sum \alpha_i A_i + \sum S_i} \quad (52)$$

dove il tempo di riverberazione è misurato in secondi, il volume della sala è misurato in metri

cubi e le unità di assorbimento hanno la dimensione di metri quadrati.

La riverberazione aumenta la pienezza del tono, amplifica il volume del suono ed, in una sala da concerto, contribuisce ad amalgamare i diversi strumenti musicali. D'altra parte, tempi di riverberazione eccessivi sono di ostacolo per l'intelleggibilità del parlato in quanto comportano sovrapposizione di suoni emessi in istanti diversi. Di conseguenza, si è ben presto trovato che esistono dei tempi di riverberazione ottimali che dipendono dal tipo di utilizzazione della sala e dal volume della stessa. Alcuni valori dei tempi di riverberazione, comunemente ritenuti ottimali, sono riportati nella Figura 18. Tali valori sono stati determinati empiricamente, con particolare riferimento al campo delle frequenze comprese tra 500 e 1000 Hz, ovvero al campo di frequenze più importante per la comprensione del parlato. Tuttavia, nella pratica, si tende ad adottarli per tutte le bande comprese tra i 125 ed i 4000 Hz. Soltanto negli ambienti destinati all'ascolto musicale si adotta un incremento di tali valori dell'ordine del 10% alle frequenze più basse per ottenere un suono più *caldo*.

Nel trattamento acustico di un locale, al fine di ottenere tempi di riverberazione ottimali, occorre quasi sempre rivestire in tutto od in parte le superfici di confine con materiali fonoassorbenti, cioè con materiali caratterizzati da valori elevati del coefficiente d'assorbimento. Infatti pareti e soffitti intonacati e pavimenti non rivestiti si comportano come superfici pressoché riflettenti. Nella pratica progettuale si predispone un foglio elettronico in cui si inseriscono, come dati d'ingresso, il volume  $V$  del locale, le aree  $A_i$  delle superfici geometriche disponibili nonché, per le varie frequenze, i valori di tentativo dei coefficienti d'assorbimento  $\alpha_i$  dei materiali scelti per il rivestimento, ed i valori degli assorbimenti  $S_i$  di persone od oggetti presenti. Si calcolano quindi i tempi di riverberazione alle varie frequenze utilizzando la formula (52). Se i risultati sono troppo lontani dai valori ottimali si procede per tentativi, variando i materiali di rivestimento per aumentare o diminuire gli assorbimenti e, se necessario, si prevede anche l'utilizzo di superfici assorbenti aggiuntive sotto forma, ad esempio, di pannelli appesi al soffitto o di elementi d'arredo.

## 7.2 Teoria statistica dei transitori acustici

Per applicare la teoria statistica all'analisi dei transitori bisogna fare l'ipotesi che la densità d'energia sonora sia uniforme in ogni punto dell'ambiente considerato, e vari quindi solo in funzione del tempo. Ciò equivale ad ammettere che

- il rinvio delle pareti avvenga in condizioni di buona diffusione piuttosto che in modo speculare e che
- il contributo del campo riverberato sia più importante del contributo del campo diretto.

La prima condizione, peraltro, è un requisito fondamentale dei locali destinati all'ascolto in quanto serve anche a ridurre il rischio di echi ed onde stazionarie. La seconda condizione si

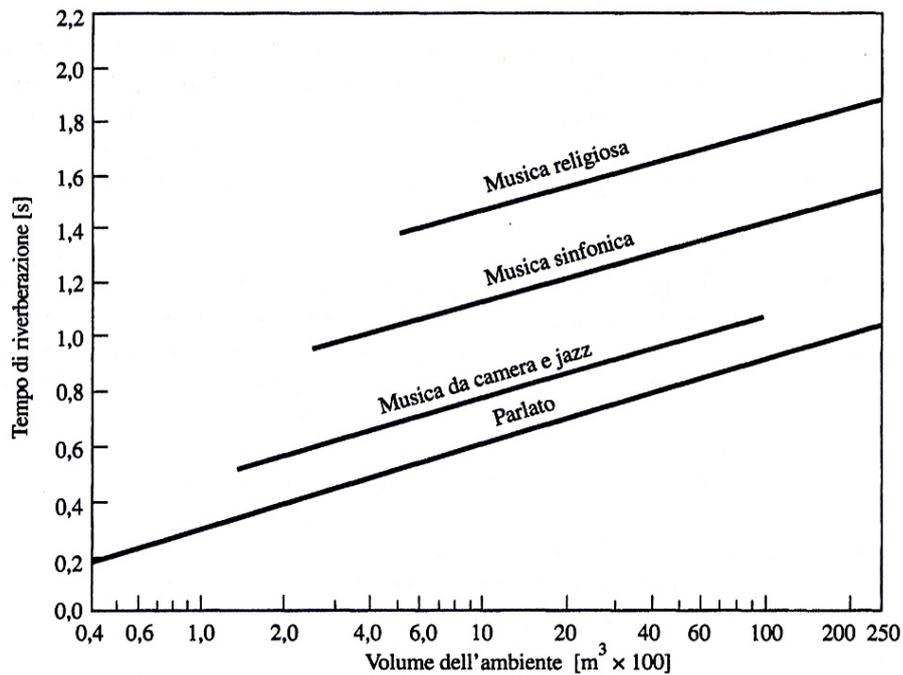


Figura 18: Valori ottimali del tempo di riverberazione in funzione del volume e della destinazione della sala.

realizza sempre durante i transitori d'estinzione, poiché in assenza di sorgente sonora non vi è campo diretto, e si realizza anche, con approssimazione sufficiente ai fini pratici, nelle zone abbastanza lontane dalla sorgente quando il coefficiente d'assorbimento acustico delle pareti stesse non è troppo elevato. Se infatti, al limite, le pareti assorbissero tutta l'energia sonora incidente, non vi sarebbero più riflessioni ed il campo riverberato non esisterebbe nemmeno.

Nei limiti di validità dell'acustica statistica, è lecito definire un *libero cammino medio*  $\bar{L}$  dell'energia sonora tra due rinvii consecutivi all'interno dell'ambiente. L'espressione del libero cammino medio è stata determinata sperimentalmente da Knudsen come quattro volte il rapporto tra il volume e la superficie totale di confine dell'ambiente

$$\bar{L} = \frac{4V}{A} \quad (53)$$

ed è stata confermata successivamente per via teorica. Il cammino libero medio, definito dalla (53), viene evidentemente percorso in un intervallo di tempo medio

$$\overline{\Delta\theta} = \frac{\bar{L}}{c} = \frac{4V}{Ac} \quad (54)$$

e l'inverso di questo intervallo

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta\theta} = \frac{c}{L} = \frac{Ac}{4V} \quad (55)$$

esprime la frequenza media dei rinvii subiti dall'energia sonora, cioè il numero medio di rinvii al secondo. Nei limiti di questa teoria di prima approssimazione, la potenza sonora assorbita dalle superfici di confine può essere espressa come prodotto dell'energia sonora contenuta nel locale, per la frequenza media dei rinvii e per il coefficiente d'assorbimento medio definito dalla (50), ottenendo così la relazione

$$(DV) \left( \frac{Ac}{4V} \right) \left( \frac{S}{A} \right) = \frac{1}{4} ScD \quad (56)$$

dove  $S$  è l'assorbimento totale, che ha le dimensioni di metri quadrati ed è espresso in sabin. Ciò premesso, il bilancio d'energia per il transitorio può essere scritto nella forma

$$W = \frac{1}{4} ScD + V \frac{dD}{d\theta} \quad (57)$$

dove al primo membro compare la potenza sonora emessa mentre al secondo membro si hanno, nell'ordine, la potenza sonora assorbita dalle pareti di confine, e la variazione di densità d'energia sonora nell'unità di tempo nel volume considerato. Ovviamente, uguagliando a zero la derivata temporale della densità, si ricava l'espressione della densità d'energia sonora a regime

$$D(\infty) = \frac{4W}{Sc} \quad (58)$$

valida, è bene ricordarlo, nell'ipotesi di densità d'energia sonora uniforme. Dividendo per  $V$  i due membri della (57) si ricava l'equazione differenziale del primo ordine che governa i transitori

$$\frac{dD}{d\theta} + \frac{ScD}{4V} = \frac{W}{V} \quad (59)$$

La soluzione dell'Equazione (59), con la condizione iniziale  $D = 0$  per  $\theta = 0$  e  $W > 0$ , fornisce l'andamento del transitorio d'attacco fino al valore di regime

$$\frac{D(\theta)}{D(\infty)} = 1 - \exp\left(-\frac{Sc\theta}{4V}\right) \quad (60)$$

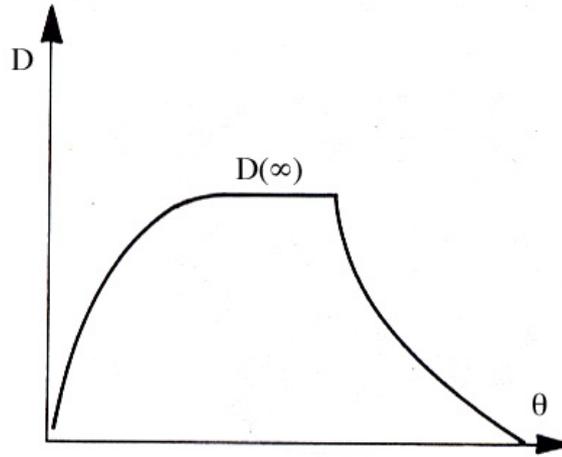


Figura 19: Andamento dei transitori d'attacco e di estinzione nell'ipotesi di densità uniforme dell'energia sonora.

Analogamente la soluzione dell'Equazione (59), con sorgente disattivata ( $W = 0$ ) e la condizione iniziale  $D = 4W/(Sc) = D(\infty)$  per  $\theta = 0$ , fornisce l'andamento del transitorio di estinzione

$$\frac{D(\theta)}{D(\infty)} = \exp\left(-\frac{Sc\theta}{4V}\right) \quad (61)$$

Nelle (60) e (61) la quantità  $4V/(Sc)$  ha le dimensioni di un tempo e rappresenta la costante di tempo del sistema acustico legata, evidentemente, al tempo di riverberazione. L'andamento dei transitori d'attacco e d'estinzione, ricavato dalle (60) e (61), è rappresentato nella Figura 19. Ovviamente è appena il caso di ricordare che nelle ipotesi in cui ci si pone qui, i rapporti tra le densità d'energia sonora al primo membro delle (60) e (61) possono essere interpretati anche come rapporti tra i quadrati delle pressioni sonore efficaci

$$\frac{D(\theta)}{D(\infty)} = \frac{p_e^2(\theta)}{p_e^2(\infty)} \quad (62)$$

e quindi possono essere verificati sperimentalmente, alle varie frequenze, ad esempio con un analizzatore di spettro collegato ad un registratore o ad un personal computer.

Se per il transitorio d'estinzione si cerca il valore del tempo al quale la densità d'energia sonora è decaduta di 60 dB, ovvero si è ridotta ad 1 milionesimo del valore iniziale, si trova la relazione

$$\exp\left(-\frac{Sc\theta}{4V}\right) = 10^{-6} \quad (63)$$

dalla quale passando ai logaritmi naturali, cioè in base  $e$ , ed utilizzando il valore  $c = 343$  m/s per la velocità del suono si ricava

$$\theta_{60} = \left(\frac{4 \ln 10^6}{c}\right) \frac{V}{S} = 0,161 \frac{V}{S} \quad (64)$$

esattamente come previsto dalla formula di Sabine.

A conclusione del paragrafo si vuole osservare che le condizioni di densità d'energia sonora uniforme nello spazio e variabile solamente nel tempo si realizzano rigorosamente solo nelle camere riverberanti dei laboratori d'acustica. Tali camere hanno pareti di calcestruzzo di spessore elevato e forma irregolare e, talvolta, sono corredate anche di schermi riflettenti disposti casualmente all'interno. Tuttavia, come si è più volte ripetuto, le conclusioni ottenute con l'acustica statistica sono applicabili, con buona approssimazione, anche alle sale normali purché le pareti non presentino valori troppo elevati dei coefficienti d'assorbimento acustico e garantiscano una buona diffusione del suono. La teoria statistica, però, cade parzialmente in difetto se viene applicata senza modifiche ai normali ambienti di lavoro, dove le sorgenti sonore sono spesso localizzate e danno origine a campi sonori diretti non trascurabili rispetto al campo riverberante. L'analisi di queste ultime situazioni viene illustrata nel paragrafo che segue.

### 7.3 Campo sonoro complessivo in condizioni stazionarie

Molto spesso nei problemi di controllo del rumore degli ambienti di lavoro ci si deve occupare della riduzione di rumori continui, e si è in presenza di situazioni nelle quali la densità d'energia sonora del campo diretto non è trascurabile rispetto alla densità d'energia sonora del campo riverberato. In questi casi ci si limita ad un'analisi del campo sonoro risultante in condizioni stazionarie e si fa l'ipotesi di ambiente semi-riverberante, ovvero di ambiente nel quale il campo sonoro riverberato è ancora perfettamente diffuso mentre il campo sonoro diretto non è più trascurabile. In tali ipotesi si possono ripetere tutte le considerazioni del paragrafo precedente, che hanno portato alla relazione (58), facendo però riferimento alla sola densità d'energia sonora del campo riverberato  $D_R$ . Pertanto si può scrivere per  $D_R$  una relazione del tutto analoga alla (58) a patto di sostituire  $W$ , cioè la potenza sonora emessa dalla sorgente, con  $(1 - \bar{\alpha}W)$ , cioè la potenza sonora che alimenta il campo riverberato. Il campo riverberato, infatti, viene alimentato solo dalle prime riflessioni delle superfici di confine, e non direttamente dalla sorgente. In questo modo si ottiene

$$D_R = \frac{4W}{c} \frac{1 - \bar{\alpha}}{\bar{\alpha} A} = \frac{4W}{c R} \quad (65)$$

dove

$$R = \frac{\bar{\alpha}}{1 - \bar{\alpha}} A \quad (66)$$

è la *costante d'ambiente* che ha dimensione di metri quadrati ed esprime le caratteristiche d'assorbimento del locale.

Alla densità d'energia sonora riverberata va a sommarsi la densità d'energia sonora emessa direttamente dalla sorgente che, in base alla (29) valida per le onde sferiche, può essere espressa nella forma

$$D_D = \frac{I_D}{c} \left( 1 + \frac{1}{2r^2k^2} \right) \cong \frac{I_D}{c} = \frac{W}{4\pi r^2 c} \quad (67)$$

ad una sufficiente distanza dalla sorgente. Se, inoltre, si ammette che il fattore di direzionalità possa non essere unitario, la (67) diventa

$$D_D = Q \frac{W}{4\pi r^2 c} \quad (68)$$

La densità totale d'energia sonora nell'ambiente considerato è allora pari alla somma

$$D = D_D + D_R = Q \frac{W}{4\pi r^2 c} + \frac{4W}{cR} = \frac{W}{c} \left( \frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad (69)$$

delle densità associate alla componente diretta ed alla componente riverberata. Poiché si ha, con ottima approssimazione,  $D = p_e^2/(\rho_0 c^2)$  sia per il campo diretto sia per il campo riverberato, la relazione (69) può essere scritta nella forma

$$p_e^2 = p_D^2 + p_R^2 = \rho_0 c W \left( \frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad (70)$$

Dividendo i due membri per  $p_0^2$  e moltiplicando e dividendo il secondo membro per  $W_0 A_0$  si ottiene

$$\frac{p_e^2}{p_0^2} = \rho_0 c W \left( \frac{Q}{4 \pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \frac{1}{p_0^2} \frac{W_0 A_0}{W_0 A_0} \quad (71)$$

Pertanto evidenziando i rapporti tra grandezze omologhe al secondo membro della (71) si ottiene

$$\frac{p_e^2}{p_0^2} = \frac{W}{W_0} \left( \frac{Q A_0}{4 \pi r^2} + \frac{4 A_0}{R} \right) \frac{W_0 \rho_0 c}{A_0 p_0^2} \cong \frac{W}{W_0} \left( \frac{Q A_0}{4 \pi r^2} + \frac{4 A_0}{R} \right) \quad (72)$$

Infatti, in base a quanto visto al Paragrafo 3.3, si ha

$$\frac{W_0 \rho_0 c}{A_0 p_0^2} \cong 1 \quad (73)$$

essendo  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$  la pressione sonora di riferimento,  $A_0 = 1 \text{ m}^2$  l'area di riferimento,  $W_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$  la potenza sonora di riferimento, e risultando  $\rho_0 c \cong 400 \text{ Pa s/m}$  (esattamente per l'aria a  $39 \text{ }^\circ\text{C}$  e con ottima approssimazione in tutte le altre situazioni d'interesse pratico). Di conseguenza passando ai logaritmi decimali, dalla (72) si ottiene l'espressione

$$10 \log \frac{p_e^2}{p_0^2} = 10 \log \frac{W}{W_0} + 10 \log \left( \frac{Q A_0}{4 \pi r^2} + \frac{4 A_0}{R} \right) \quad (74)$$

che, in termini di livelli, fornisce

$$L_p = L_W + 10 \log \left( \frac{Q A_0}{4 \pi r^2} + \frac{4 A_0}{R} \right) \quad (75)$$

In base alla (75) è possibile determinare l'andamento della pressione sonora in funzione della distanza equivalente  $r/\sqrt{Q}$  dalla sorgente e della costante di ambiente  $R$ , ottenendo gli andamenti illustrati nella Figura 20. Come si vede, l'andamento in prossimità della sorgente è quello di campo libero, con una riduzione di 6 dB ad ogni raddoppio della distanza. Più lontano si arriva ad un valore asintotico, tanto più basso quanto più elevata è la costante d'ambiente cioè quanto maggiore è la capacità d'assorbimento acustico delle superfici di confine. Infine, uguagliando i due termini entro parentesi tonda nel logaritmo, si può trovare la *distanza critica* dalla sorgente

$$r_c = \sqrt{\frac{R Q}{16 \pi}} \quad (76)$$

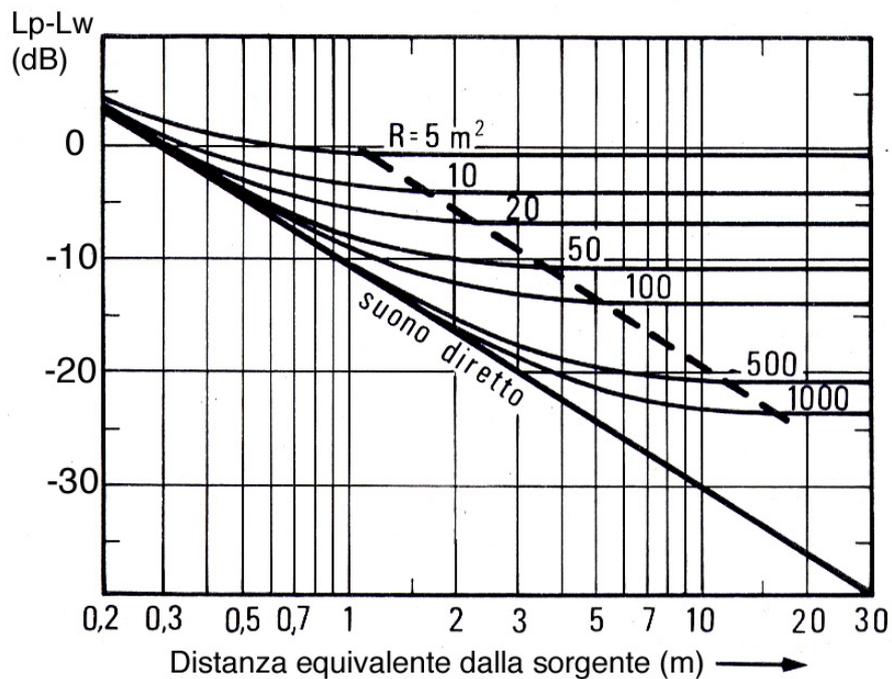


Figura 20: Andamento del livello di pressione sonora in un locale confinato in funzione della distanza dalla sorgente sonora e della costante d'ambiente.

cioè la distanza, misurata lungo una direzione specifica, in corrispondenza alla quale la densità d'energia del campo diretto è uguale alla densità d'energia del campo riverberato. La valutazione della distanza critica è utile per verificare se, in un determinato punto, domina il contributo del campo diretto o quello del campo riverberante. Ad esempio, per ridurre il livello sonoro in un punto a distanza dalla sorgente minore della distanza critica, poco giova aumentare il fonoassorbimento del locale. Viceversa, se il punto si trova ad una distanza maggiore della distanza critica, il livello di pressione sonora può essere ridotto della quantità  $\Delta L_p = 10 \log(R_{dopo}/R_{prima})$  aumentando il fonoassorbimento.